Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo

1. kolokvij

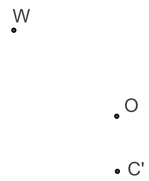
Ravninska in prostorska geometrija

Maribor, 6. 12. 2016

Točke so po nalogah razporejene takole: 25 + 25 (13+12) + 25 (5+10+10) + 25 (4+7+7+7).

1. Konstruiraj trikotnik ABC s podatki: $a + t_c = 10,\ c = 8,\ \beta = 64^\circ$. Nato izračunaj dolžini preostalih dveh stranic trikotnika ABC in njegov radij R očrtanega kroga.

2. (a) Na sliki so točke W, O in C'. Konstruiraj trikotnik ABC, za katerega bo C' razpolovišče stranice c, točka O središče očrtanega kroga in W presečišče krožnice devetih točk z Eulerjevo premico.



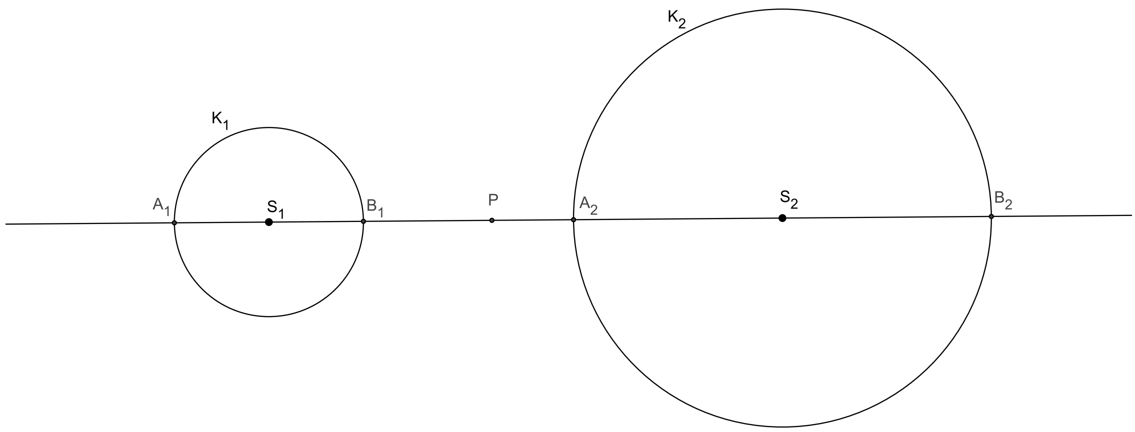
(b) Na sliki so točke A, E in I_A. Konstruiraj trikotnik ABC, za katerega bo E nožišče višine na stranico a in I_A središče pričrtane krožnice, ki se dotika stranice a.

3. Dani sta krožnici K_1 in K_2 s središčema S_1, S_2 in polmeroma R_1, R_2. Nosilka središč seka krožnico K_1 v točkah A_1, B_1 in krožnico K_2 v točkah A_2, B_2 (glej sliko). Označimo: $d = |B_1A_2|$. Potenčna premica p krožnic K_1 in K_2 seka nosilko središč v točki P. Naj bo $x = |B_1P|$ in $y = |PA_2|$. Seveda velja $x + y = d$.

   (a) Potenci točke P glede na krožnici K_1 in K_2 izrazi s količinami x, y, R_1 in R_2.

   (b) Upoštevaj, da točka P leži na potenčni premici in na tej podlagi x in y izrazi s količinami R_1, R_2 in d.

   (c) Dokaži: $\frac{x}{y} = \frac{|B_1B_2|}{|A_1A_2|}$.



4. Naj bo ABC ostrokoten trikotnik in P točka znotraj trikotnika. Nožišči pravokotnic iz točke P na nosilki stranic a in b označimo z A_1 in B_1. Razpolovišče daljice CP označimo z M.

   (a) Dokaži, da je B_1PA_1C tetivni štirikotnik.

   (b) Dokaži, da je trikotnik B_1A_1M enakokrak in njegove kote izrazi s koti α, β, γ trikotnika ABC.

   (c) Dokaži, da sta trikotnika B_1A_1M in ABO podobna.

   (d) Z uporabo točke (c) znova izpelji obrazec za dolžino daljice A_1B_1, torej

$$|A_1B_1| = \frac{|AB| \cdot |CP|}{2R}.$$

   Pri tem je O središče očrtane krožnice trikotnika ABC in R njen radij.