ELEMENTARNE FUNKCIJE

Vaje - 7. sklop: Polinomi

Naloge na vajah

1. Dani so polinomi s predpisi $p_1(x) = x^{100} + x^{99} + x + 1$, $p_2(x) = x^{100} - x^{98} + x^{101} - 2$ in $p_3(x) = x^{100} - x^{55} - 2x$. Določi stopnje polinomov
   (a) $p_1^2 + p_3^2$,
   (b) $(3p_1 - 2p_2)^2$,
   (c) $(p_1 - p_3)^3$.
2. Polinom $p(x)$ deli s polinomom $q(x)$. Zapiši dobljeni kvocient $k(x)$ in ostanek $o(x)$. Pri tem velja:
   (a) $p(x) = 22x^6 - 53x^4 - 17x^2 + 30$ in $q(x) = 2x^4 - 5x^2$,
   (b) $p(x) = 5x^7 - 3x^4 + 2x^2 - 3$ in $q(x) = 2x^2 - x + 1$.
3. Pokaži, da sta pri deljenju poinomov kvocient in ostanek enolično določena.
4. Če polinom p deliš z $x - 2$ dobiš ostanek 3, če pa ga deliš z $x + 3$, dobiš ostanek -7. Kolikšen je ostanek, če p deliš z $(x - 2)(x + 3)$?
5. Pri katerih vrednostih parametra m je vsota dveh ničel polinoma $p(x) = x^4 - 8x^3 + mx^2 - 8x - 3$ enaka vsoti drugih dveh ničel?
6. Izračunaj b tako, da bo imel polinom $p(x) = x^3 - 12x + b$ ničlo druge stopnje in zapiši razcep na linearne faktorje.
7. Zapiši ničle, začetno vrednost in skiciraj približen graf polinoma:
   (a) $p(x) = x^5 - 2x^4 - x^3 + 2x^2$,
   (b) $p(x) = 10x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 4$,

Domače naloge

1. Določi realna števila a, b, c, d in e tako, da bosta polinoma $p(x) = (b-1)x^5 + (c+2)x^4 + 2ex^3 - dx^2 - a + b$ in $q(x) = (a-b-c)x^5 + (b-2a)x^4 + 2dx^3 + 2c - 3$ enaka.
2. Polinom p delimo s polinomom $q(x) = (x - a)(x - b)$, $a \neq b$, in dobimo ostanek $Ax + B$. Izrazi A in B.
3. Dan je polinom $p(x) = x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 44x - 30$.
   (a) Med polinomi $q(x) = ap(x)$, $a \in \mathbb{R}$, izberi tistega, ki ima v točki 1 vrednost 12.
   (b) Izračunaj presečišče grafa polinoma $r(x) = -\frac{1}{6}p(x)$ in premice $y = 5x + 5$.
4. Dan je polinom $p(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.
   (a) S katerim polinomom je potrebno deliti polinom p, da pri tem dobimo kvocient $x^2 - x + 1$ in ostanek $-3x + 3$.
   (b) Poišči vse razcepe polinoma p na produkt dveh polinomov druge stopnje z realnimi koeficienti z vodilnim koeficientom 1.

(c) Zapiši polinom q, če je $q(x-1) = p(x)$.

5. Med vsemi polinomi tretje stopnje z vodilnim koeficientom 1 poišči tistega, ki pri deljenju z $x+1$ da ostanek 1, pri deljenju z x^2+1 pa ostanek 2.

6. Če polinom $p(x) = -2x^5 + mx^4 - 8x^3 + mx^2 - 1$ deliš s polinomom druge stopnje $q(x)$, dobiš kvocient $k(x) = -x^3 + nx^2 - 2x + 1$ in ostanek $r(x) = nx - 2$. Izračunaj m in n ter omenjene polinome.

7. Določi ničle in približno skiciraj grafa polinomov:

   (a) $p(x) = x^4 - 4x^2 + 3$,

   (b) $p(x) = 3x^4 + 4x^3$.

   (c) $p(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2 - 2x - 2$,

   (d) $p(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x + 1$.