

1. kolokvij iz ANALIZE III

30.11.2005

1. Vsota dolžin odsekov na koordinatnih oseh, ki jih določa tangenta na krivuljo  $K$  v točki  $T(x, y)$ , je enaka  $a$ . Določi enačbo krivulje  $K$ .

2. Poišči prvi integral enačbe:

$$2xy \, dx - (x^2 + y^2) \, dy = 0,$$

če veš, da je integrirajoči faktor oblike  $\mu = \mu(x^n - y^n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Znižaj red in reši diferencialno enačbo:

$$yy'' + y'^2 = y'^3 \ln y.$$

4. Poišči splošno rešitev nehomogenega sistema linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y + 2z + t + 1 \\ \dot{y} &= -3x + 2y + 3z - 3t \\ \dot{z} &= -2x + y + 4z + t, \end{aligned}$$

kjer je  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  in  $z = z(t)$ .

Naloge so enakovredne.

2. kolokvij iz ANALIZE III  
31.1.2006

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + y = 2x \cos x \cos(2x).$$

2. Poišči ekstremalo funkcionala

$$F(y) = \int_{-1}^1 y \sqrt{1 + y'^2} dx$$

pri pogojih

$$y(-1) = y(1) = 0 \quad \text{in} \quad \int_{-1}^1 \sqrt{1 + y'^2} dx = 2 \operatorname{sh} 1.$$

*Pomoč:*

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{arc} \operatorname{ch} x + C \quad \text{in} \quad \operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

3. Funkcijo  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  podano s predpisom  $f(x) = \sin \frac{x+\pi}{2}$  razvij v Fourierovo vrsto in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 - 4k^2}.$$

4. Poišči linearno neodvisni rešitvi diferencialne enačbe

$$x(x - 2)y'' + (2 - x^2)y' + 2(x - 1)y = 0$$

v okolici točke  $x = 0$  in rešitvi zapiši s pomočjo elementarnih funkcij..

Naloge so enakovredne.