1. kolokvij iz

NUMERIČNE MATEMATIKE

(19.12.2001)

1. [20] Naj bo $x = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-2k} + \sum_{k=0}^{\infty} 2^{-6k-1}$. Poišči predstavljivi števili (x_-,x_+) na MARC-32 takoj levo in takoj desno od x. Določi $fl(x)$ ter izračunaj relativno in absolutno napako.

2. Naj bo dan polinom $p(x) = x^4 - 11x^3 + 22x^2 - 37x + 14$.

   (a) [10] Izvedi tri korake sekantne metode za $p(x)$ z začetnima približkoma $x_0 = 8$ in $x_1 = 9$.

   (b) [10] Ali se da na intervalu $[0, 1]$ s pomočjo iteracije k fiksni točki poiskati ničlo polinoma $p(x)$ s pretvorbo

   $$x = \frac{-14}{x^3 - 11x^2 + 22x - 37}.$$

3. Matrika A je poševno simetrična, če velja $a_{ij} = -a_{ji}$ za $j \neq i$.

   (a) [10] Zapiši algoritem za LU razcep poševno simetrične tridiagonalne matrike A.

   (b) [10] Izračunaj LU razcep matrike

   $$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

   (c) [10] Izračunaj občutljivost matrike A v ∞-normi.

4. (a) [15] Določi približno vrednost za spektralni radij, $\rho(A)$, spodnje matrike tako, da izvedeš tri korake potenčne metode. Pri računanju uporabi $\varphi(x) = x_2$ in $\|x\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} |x_j|$, če potrebno. Začetni vektor naj bo $(0, 10, 1)^T$. Računaj na 5 decimalnih mest natančno!

   $$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & -10 & 0 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

   (b) [15] Dokaži: če potenčni metodi z uporabo normalizacije in brez normalizacije vektorjev pričnemo z istim začetnim približkom $x^{(0)}$, potem bodo vrednosti r v obeh primerih enake.

Čas reševanja 100 min.

Veliko uspeha pri reševanju!

2. kolokvij iz

NUMERIČNE MATEMATIKE

(15.5.2002)

1. [25] Nekaj statistike iz Lampiončkovih iger 2001. Tekmovanje v pitju dvajsetih kozarcev piva: Študent D.R. je premagal študenta M.F. Študent M.F. je spil 10. kozarec v času 23.7 minut od začetka tekmovanja. Študent D.R. je spil 15. kozarec v času 42.2 minut, za ostalih 5 kozarcev je potreboval še dodatnih 35.3 minut. Zadnji kozarec je spil s hitrostjo $6.81816\frac{kozarcev}{uro}$.

   S pomočjo Hermitske interpolacije preveri, ali je bil študent D.R. že pri 10 kozarcu hitrejši od študenta M.F.

   OPOMBA: Udeležba na Lampiončkovih igrah 2001 ni ne zadosten in ne potreben pogoj, za rešitev te naloge.

2. [25] S pomočjo simpleksnega algoritma reši naslednjo linearno nalogo:

$$
\begin{array}{lrcrcrcr}
\max & -x_1 & - & 4x_2 & + & x_3 & & \\
 & & & & & & & \\
\text{pri čemer} & 2x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & \geq & 4, \\
 & x_1 & + & x_2 & & & = & 8, \\
 & 2x_1 & + & 6x_2 & & & \leq & 18, \\
 & & & & & & & \\
 & & & x_2 & , & x_3 & \geq & 0.
\end{array}
$$

3. [25] Izpelji formulo za drugi odvod funkcije, oblike

$$f''(x) = \frac{Af(x) + Bf(x-h) + Cf(x-2h) + Df(x+3h)}{h^2} + R$$

   in oceni napako R.

4. [25] Izpelji Gausovo kvadraturno formulo na treh točkah za izračun približne vrednosti integrala

$$\int_{-1}^{1} x^2 f(x) dx = af(x_0) + bf(x_1) + cf(x_2)$$

   in jo uporabi na primeru

$$\int_{-1}^{1} x^2 e^{x^2} dx.$$

   Dokaži ustrezen red metode.

---

* [15] Na računalniku, na katerem lahko predstavimo ω decimalnih mest, želimo po formuli $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ izračunati približno vrednost prvega odvoda dvakrat zvezno odvedljive funkcije $f(x)$. Izračunaj, kakšen mora biti h, da bo napaka najmanjša. Upoštevaj napako metode, kot tudi napako pri zaokroževanju števil.

Čas reševanja 120 min.

Veliko uspeha pri reševanju!