Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 27.1.2000

1. V prvi skupini je 200 izdelkov, od tega 10 nekvalitetnih, v drugi skupini pa 150 izdelkov, od tega jih je 9 nekvalitetnih. Iz prve skupine naključno izberemo 60 in iz druge 40 izdelkov. Izmed teh naključno izberemo 1 izdelek.

   (a) Kakšna je verjetnost, da je izbrani izdelek kvaliteten?

   (b) Kakšna je verjetnost, da je ta kvalitetni izdelek iz prve skupine?

2. Z intervala $[0, 1]$ naključno in neodvisno izberemo dve števili. Označimo naslednja dogodka:

   $A-$ da je njuna vsota manjša od treh četrtin,

   $B-$ da sta obe števili bodisi manjši od $\frac{1}{2}$ bodisi večji od $\frac{1}{2}$,

   Izračunaj verjetnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$.

3. Naj bo
$$G_X(t) = \frac{at}{1 - bt}\ .$$

   (a) Določi zvezo med a in b, da bo $G_X(t)$ rodovna funkcija diskretne slučajne spremenljivke X.

   (b) Zapiši verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X.

   (c) Izračunaj $E(X)$ in $D(X)$.

4. Za normalno $N(a, \sigma)$ porazdeljeno slučajno spremenljivko X imamo slučajni vzorec 992, 958, 990, 1013, 1021, 1003, 984, 976, 1032, 1019, 1005, 995, 1012, 1042, 1004, 994 .
   Na stopnji značulnosti $\alpha = 0.05$ preskusi hipotezo, da $E(X) = 1000$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 27.1.2000

1. V treh žarah so kroglice: v prvi 2 beli in 2 rdeči, v drugi žari 1 bela in 3 rdeče ter v tretji 3 bele in 1 rdeča kroglica. Najprej naključno prenesemo kroglico iz prve v drugo žaro, nato pa kroglico iz druge v tretjo žaro. Nazadnje izberemo kroglico iz tretje žare.
   (a) Kakšna je verjetnost, da je kroglica rdeča?
   (b) Kakšna je verjetnost, da je bila pri tem iz druge v tretjo žaro prenesena bela kroglica?.

2. Palico dolžine l naključno in neodvisno prelomimo na dva dela. Kakšna je verjetnost, da bo ploščina pravokotnika, katerega stranici sta prelomljena dela palice, večja od treh četrtin največje možne ploščine?

3. Zvezni slučajni vektor (X, Y) je porazdeljen z gostoto
$$p(x,y) = \begin{cases} e^{-x-y} & ;\ x, y \geq 0 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}.$$
   Izračunaj porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve slučajnega vektorja (U, V), kjer je $U = \max\{X, Y\}$ in $V = X + Y$.

4. Kocko vržemo 100 krat in štejemo kolikokrat je rezultat $\in \{1, 4\}$. Oceni, v katerih mejah lahko leži rezultat, da se na, stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ ne more zavrniti hipoteza, da je kocka poštena. Nalogo reši na dva načina in sicer
   (a) s χ^2- testom;
   (b) s statistiko $Z = \frac{K - np_o}{\sqrt{np_o(1-p_0)}}$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 27.1.2000

1. Imamo k razglednic in n prijateljev, pri čemer je $k \geq n$. Razglednice naključno in neodvisno pošljemo prijateljem. Kakšna je verjetnost, da bo ostal
   (a) en prijatelj brez razglednice;
   (b) dva prijatelja brez razglednice;
   (c) m prijateljev brez razglednice.

2. Zvezni slučajni vektor (X, Y) je porazdeljen z gostoto
$$p(x,y) = \begin{cases} e^{-x-y} & ;\ x, y \geq 0 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}.$$
   Izračunaj porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve slučajnega vektorja (U, V), kjer je $U = \max\{X, Y\}$ in $V = X + Y$.

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto
$$p(x) = \frac{c}{(1+x^2)^2}.$$
   (a) Določi konstanto c.
   (b) Izračunaj karakteristično funkcijo slučajne spremenljivke X.

4. Kocko vržemo 100 krat in štejemo kolikokrat je rezultat $\in \{1, 4\}$. Oceni v katerih mejah lahko leži rezultat, da se na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ ne more zavrniti hipoteza, da je kocka poštena. Nalogo reši na dva načina in sicer
   (a) s χ^2- testom;
   (b) s statistiko $Z = \frac{K - np_o}{\sqrt{np_o(1-p_0)}}$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 17.2.2000

1. V škatli imamo m belih in n črnih kroglic. Iz škatle se je izgubila ena kroglica. Da bi ugotovili katera kroglica je padla iz škatle, smo naljučno izvlekli dve kroglici in obe sta bili beli. Kakšna je verjetnost, da se je izgubila bela kroglica?

2. Z intervala $[0,1]$ naključno in neodvisno izberemo dve števili. Označimo naslednja dogodka:

   $A-$ da je njuna vsota manjša od ena,

   $B-$ da je vsota njunih kvadratov manjša od ena,

   Izračunaj verjetnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$ in $P(B|A)$.

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto $p(x) = ae^{-|x|}$.

   (a) Skiciraj graf gostote $p(x)$ in določi a tako, da bo $p(x)$ res gostota slučajne spremenljivke X.

   (b) Kakšna je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $[-1,1]$.

   (c) Izračunaj $E(X)$.

4. Policija je z alkotestom preverjala vinjenost voznikov. V tedenski akciji so vsak dan naključno ustavili 500 voznikov. Pri čemer so po dnevih dobili naslednje število vinjenih voznikov:

Pon	Tor	Sre	Čet	Pet	Sob	Ned
50	40	30	40	75	90	65

   Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je vinjenost voznikov neodvisna od dneva?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 17.2.2000

1. Izmed naravnih števil naključno izberemo dve števili a, b. Kakšna je verjetnost,

   (a) da je produkt ab deljiv z 14, če je eno izmed števil sodo;

   (b) da se vsota $a^2 + b^2$ končuje s cifro 9;

2. Naj bo
$$G_X(t) = \frac{at}{1 - bt}.$$

   (a) Določi zvezo med a in b, da bo $G_X(t)$ rodovna funkcija diskretne slučajne spremenljivke X.

   (b) Zapiši verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X.

   (c) Izračunaj $E(X)$ in $D(X)$.

3. Naj bo realno število $a > 0$ in X zvezna slučajna spremenljivka z gostoto
$$p(x) = \frac{1}{2} a e^{-a|x|}.$$

   (a) Izračunaj začetne momente slučajne spremenljivke X, $E(X)$ ter $D(X)$. (Pomoč: upoštevaj simetričnost in Eulerjevo funkcijo Γ.)

   (b) Kako je porazdeljena zvezna slučajna spremenljivka $Y = e^X$?.

4. Istočasno vržemo 5 enakih poštenih kovancev in štejemo število padlih grbov. V tabeli so rezultati po 320-tih metih, kjer je x_j število metov, v katerih se je pojavilo m_j grbov.

m_j	0	1	2	3	4	5
x_j	7	41	98	114	54	6

   Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je omenjena porazdelitev binomska t.j. $p_n(k) = \binom{n}{k}/2^n$?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 17.2.2000

1. Naj bodo $x_1, x_2, ..., x_n$ neodvisne spremenljivke. Izrazu

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} ... x_n^{\alpha_n} \text{ , kjer je } \alpha_i \in \{0, 1, 2, 3...\}$$

   rečemo *monom* in številu $r = \alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n$ stopnja monoma. Naj bo $r \geqslant n$.

   (a) Izračunaj število vseh monomov spremenljivk $x_1, x_2, ..., x_n$ stopnje r.

   (b) Kakšna je verjetnost,da naključno izbrani monom p stopnje r ne vsebuje natanko 1 (2) slučajnih spremenljivk.

2. Naj bosta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni in obe porazdeljeni z gostoto

$$p(x) = a\,|x|^3\, e^{-x^2}.$$

   (a) Izračunaj konstanto a in $k-$ti začetni moment spremenljivke X.

   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Z = \max\{X, Y\}$?

3. Določi interval zaupanja za povprečno število rib a v ribiški mreži s stopnjo zaupanja $1 - \alpha$ $(\alpha = 0.05)$, pri čemer je število rib porazdeljeno normalno $N(a, \sigma)$ z $\sigma = 70$. Ribiči so po 25-tih ulovih izračunali povprečno 1000 rib v ribiški mreži

4. Delec se giblje po mreži trikotnika ΔABC. Na vsakem koraku se delec iz danega oglišča z verjetnostjo p $(0 < p < 1)$ premakne v pozitivni smeri in z verjetnostjo $q = 1 - p$ v negativni smeri orientacije trikotnika v sosednje oglišče.

   (a) Gibanje delca opiši z markovsko verigo.

   (b) Za posamezno stanje markovske verige izračunaj $v_i(n)$-verjetnost, da se delec po n korakih prvič vrne v začetno lego.

   (c) Poišči stacionarno porazdelitev in za vsako stanje izračunaj povprečen čas vrnitve.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 8.6.2000

1. Hkrati vržemo dve pošteni igralni kocki. Slučajna spremenljivka X je večje število pik na obeh kockah.
   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X?
   (b) izračunaj matematično upanje in disperzijo slučajne spremenljivke X.

2. Prijatelja sta se dogovorila, da se bosta srečala v lokalu med 9-to in 10-to uro. Vendar sta njuna prihoda neodvisna in naključna.
   (a) Kakšna je verjetnost, da se bosta srečala, če je vsak od njiju pripravljen čakati 15 minut?
   (b) Kako dolgo morata biti pripravljena čakati, da bo verjetnost srečanja vsaj 0.8?

3. Življenska doba (v urah h) žarnice je podana z gostoto

$$p_A(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}},$$

   kjer je koeficient $\lambda = 1000\,h$.
   (a) Skiciraj gostoto porazdelitve za koeficient $\lambda = 1$.
   (b) Izračunaj povprečno življensko dobo žarnice t_0.
   (c) Kakšna je verjetnost, da bo žarnica dočakala dvakratno povprečno življensko dobo $2t_0$?

4. Na cesti Maribor - Lenart je policija na petih odsekih preverjala prekoračitev hitrosti pri 576 voznikih. Rezultati so podani v tabeli, kjer je m_j število voznikov, ki je imelo x_j prekoračitev hitrosti.

x_j	0	1	2	3	4	5
m_j	229	211	93	35	5	1

   Ali lahko na osnovi tveganja $\alpha = 0,05$ zavrnemo hipotezo, da je število prekrškov porazdeljeno po Poissonovem zakonu $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, kjer je $\lambda = E(X)$?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 8.6.2000

1. Prvi igralec vrže tri poštene kovance, drugi pa dva poštena kovanca. Zmaga tisti igralec, ki vrže več grbov.

   (a) Kakšna je verjetnost, da zmaga prvi, drugi igralec oziroma, da je rezultat neodločen?

   (b) Kakšna je verjetnost, da prvi igralec vrže dva grba, če vemo, da je vrgel več grbov kot drugi igralec?

2. Dva tankerja priplujeta v pristanišče neodvisno in naključno v času 24 ur. Vendar oba ne morejo oskrbeti istočasno. Prvi tanker se v pristanišču zadrži 6 ur, drugi pa 3 ure.

   (a) Kakšna je verjetnost, da bo moral en tenker čakati pred pristaniščem, dokler ne oskrbijo drugega?

   (b) Za koliko je treba skrajšati oskrbovalni čas prvega tankerja, da verjetnost čakanja pred pristaniščem pade pod 0.25?

3. V trgovini sta na razpolago dva tipa žarnic, tip A in tip B, katerih cena se bistveno ne razlikuje. Življenska doba (v urah h) obeh tipov žarnic je podana z gostoto

$$p_A(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad \text{in} \quad p_B(t) = \frac{t}{\lambda^2} e^{-\frac{t}{\lambda}},$$

   kjer je koeficient $\lambda = 1000\,h$.

   (a) Skiciraj obe porazdelitvi za koeficient $\lambda = 1$.

   (b) Izračunaj povprečno življensko dobo obeh tipov žarnic. Katere žarnice je boljše kupiti?

   (c) Kakšna je verjetnost, da bo žarnica tipa A dočakala dvakratno povprečno življensko dobo?

4. Na cesti Maribor - Lenart je policija na petih odsekih preverjala prekoračitev hitrosti pri 576 voznikih. Rezultati so podani v tabeli, kjer je m_j število voznikov, ki je imelo x_j prekoračitev hitrosti.

x_j	0	1	2	3	4	5
m_j	229	211	93	35	5	1

Sumili so, da je število prekrškov porazdeljeno po Poissonovem zakonu $p\left(x\right) = \lambda e^{-\lambda x}$.

(a) Z ustrezno cenilko izračunaj λ.

(b) Ali lahko na osnovi tveganja $\alpha = 0,05$ zavrnemo hipotezo, da je število prekrškov porazdeljeno po Poissonovem zakonu?

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 8.6.2000

1. Igralca istočasno mečeta poštene kovance in sicer prvi tri in drugi dva. Zmaga tisti igralec, ki vrže večje število grbov. V primeru izenačenega razultata metanje ponovita.

   (a) Kakšna je verjetnost, da zmaga prvi, drugi igralec oziroma, da je rezultat neodločen?

   (b) Kakšna je verjetnost, da prvi igralec vrže dva grba, če vemo, da je vrgel več grbov kot drugi igralec?

2. Na daljici AB dolžine 1 leži točka S. Na daljici naključno izberemo točko T. Naj slučajna spremenljivka X meri razdaljo med A in T, Y pa meri razdaljo med S in T.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Izrazi Y kot funkcijo spremenljivke X.

   (b) Izračunaj kovarianco med spremenljivkama X in Y. Kje mora ležati točka S, da bosta X in Y nekorelirani?

3. Naj bo slučajni vektor (X,Y) razporejen na kvadratu $[0,1] \times [0,1]$ z gostoto verjetnosti, ki je premosorazmerna s kvadratom oddaljenosti točke od izhodišča.

   (a) Zapiši gostoto verjetnosti slučajnega vektorja (X,Y).

   (b) Izračunaj $P\left[\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4} | Y = \frac{1}{2}\right]$.

   (c) Izračunaj regresijo $E(X|Y)$.

4. Na cestnem odseku Maribor - Lenart je policija pri 576 voznikih preverjala prekoračitev hitrosti. Rezultati so podani v tabeli, kjer je m_j število voznikov, ki je imelo določen interval prekoračitve hitrosti v km/h.

	$0-5$	$5-10$	$10-15$	$15-20$	20 in več
m_j	229	211	93	35	8

   Ali lahko na osnovi tveganja $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je število prekrškov porazdeljeno po zveznem Poissonovem zakonu $p(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}$, $x \geq 0$ in $p(x) = 0$, $x < 0$? (Pomoč: ugotovi kaj predstavlja parameter λ in ga nato z ustrezno cenilko oceni. Če tega ne veš, reši nalogo za primer $\lambda = 7$.)

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29.6.2000

1. V žepu imamo 3 kovance po 1 tolar, 5 kovancev po 2 tolarja in 2 kovanca po 5 tolarjev. Naključno iz žepa potegnemo 2 kovanca. Izvlečena vrednost kovancev naj bo slučajna spremenljivka X.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X?

   (b) Kakšna je verjetnost, da je en od kovancev vreden 2 tolarja, če sta izvlečena kovanca različna?

2. Palico dolžine l naključno in neodvisno dvakrat prelomimo in dobimo 3 dele. Kakšna je verjetnost, da noben del ne bo imel dolžino večjo od $\frac{l}{2}$.

3. Slučajna spremenljivka X je podana s porazdelitveno funkcijo

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ;\ x < 1 \\ a(x-1)^3 & ;\ 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & ;\ x > 2 \end{cases} .$$

   (a) Določi konstanto a in izračunaj gostoto porazdelitve slučajne spremenljivke X.

   (b) Kakšna je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $[1.5, 3]$?

   (c) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = 2X+2$? Na katerem intervalu je njena gostota različna od 0?

4. V treh različnih časopisih A, B in C je bil objavljen isti oglas. Čez določen čas je prispelo 13 odgovorov na oglas v časopisu A, 23 odgovorov na oglas v časopisu B in 18 na oglas v časopisu C. Ali je mogoče trditi, da je časopis B učinkovitejši pri odmevnosti oglasov? (Pomoč: pri $\alpha = 0.05$ testiraj hipotezo, da so vsi časopisi enako učinkoviti.)

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29.6.2000

1. V posodi imamo 3 bele in 1 rdečo kroglico. Naključno izberemo kroglico in jo vrnemo. Slučajna spremenljivka T meri število izbir, ki so potrebne, da je rdeča kroglica izbrana dvakrat.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka T?

   (b) Izračunaj rodovno funkcijo $G_T(t)$, matematično upanje $E(T)$ in disperzijo $D(T)$.

2. Palico dolžine l naključno in neodvisno dvakrat prelomimo in dobimo 3 dele. Glede na realno število $a \in [0, l]$ izračunaj verjetnost, da je dolžina vseh delov palice manjša od a. (Pomoč: posebej reši primera $a = \frac{l}{3}$ in $a = \frac{l}{2}$.)

3. Slučajni vektor (X, Y) je neničelno porazdeljen na trikotniku

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1 - x \leq 1\right\}$$

   z gostoto, ki je v vsaki točki premosorazmerna s kvadratom oddaljenosti točke od izhodišča.

   (a) Zapiši gostoto slučajnega vektorja (X, Y).

   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Z = X + Y$?

4. Štiri igralne kocke smo istočasno vrgli 1296 krat. preštevali smo število število šestic, ki se je pri tem pojavilo. Rezultati so podani v tabeli.

Št. šestic	0	1	2	3	4
Št. realizacij	620	515	126	35	0

   Ali lahko na osnovi tveganja $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je omenjena porazdelitev binomska? Kaj lahko povemo o poštenosti igralnih kock?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29.6.2000

1. V posodi imamo 3 bele in 1 rdečo kroglico. Naključno izberemo kroglico in jo vrnemo. Slučajna spremenljivka T meri število izbir, ki so potrebne, da je rdeča kroglica izbrana dvakrat.
   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka T?
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo $G_T(t)$, matematično upanje $E(T)$ in disperzijo $D(T)$.
2. Palico dolžine l naključno in neodvisno dvakrat prelomimo in dobimo 3 dele. Glede na realno število $a \in [0, l]$ izračunaj verjetnost, da je dolžina vseh delov palice manjša od a.
3. Slučajni vektor (X, Y) je neničelno porazdeljen na trikotniku
$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1 - x \leq 1\right\}$$
   z gostoto, ki je v vsaki točki premosorazmerna s kvadratom oddaljenosti točke od izhodišča.
   (a) Zapiši gostoto slučajnega vektorja (X, Y).
   (b) Izračunaj $P\left[\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{1}{2} / Y = \frac{1}{4}\right]$.
   (c) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Z = \max\{X, Y\}$?
4. Z intervala $(0, 2)$ naključno izbiramo število x. Označimo naslednje dogodke
$$A_1 := x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]; \quad A_2 := x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]; \quad A_3 := x \in \left(1, \frac{3}{2}\right]; \quad A_4 := x \in \left(\frac{3}{2}, 2\right).$$
   Po 80-tih izbiranjih smo dobili naslednje rezultate

A_1	A_2	A_3	A_4
30	30	10	10

   Ali lahko na stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ zavrnemo hipotezo, da je izbiranje števila porazdeljeno z gostoto
$$p(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x; & x \in (0, 2) \\ 0; & \text{sicer} \end{cases}.$$

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 31.8.2000

1. Vržemo pošteno igralno kocko, nato pa nepošten kovanec (verjetnost, da pade grb, je enaka $\frac{1}{3}$) tolikokrat, kolikor pik je padlo na kocki. Izračunaj verjetnost, da dobimo enako število grbov kot cifer.

2. Na intervalu $[0, 1]$ naključno in neodvisno izberemo števili x in y. Označimo naslednja dogodka:

   A - vsota števil x in y je večja od 1;

   B - vsota kvadratov števil x in y je manjša od 1.

   Kolikšne so verjetnosti $P\left[\overline{A}\right]$, $P\left[B\right]$, $P\left[A \cap B\right]$ in $P\left[B|A\right]$?

3. Slučajna spremenljivka X je podana s porazdelitveno funkcijo

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ;\ x < 1 \\ a(x-1)^4 & ;\ 1 \le x \le 2 \\ 1 & ;\ x > 2 \end{cases}.$$

   (a) Določi konstanto a in izračunaj gostoto porazdelitve slučajne spremenljivke X.

   (b) Kakšna je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $[1.5, 3]$?

   (c) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = 2X + 1$? Na katerem intervalu je njena gostota različna od 0?

4. Policija je z radarjem preverjala hitrost voznikov. V tedenski akciji so vsak dan naključno izmerili hitrost pri 500 voznikih. Pri tem so po dnevih dobili število kaznovanih voznikov:

Pon	Tor	Sre	Čet	Pet	Sob	Ned
50	40	30	40	75	90	65

   Ali lahko pri stopnji tveganja $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je hitrost vožnje voznikov neodvisna od dneva?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 31.8.2000

1. V posodi imamo 3 bele in 1 rdečo kroglico. Naključno izberemo kroglico in jo vrnemo. Slučajna spremenljivka T meri število izbir, ki so potrebne, da sta izbrani kroglici obeh barv.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka T?

   (b) Izračunaj rodovno funkcijo $G_T(t)$ in matematično upanje $E(T)$.

2. Na enotsko krožnico so padla 3 zrna peska. Kakšna je verjetnost, da je trikotnik, katerega oglišča so zrnca peska, ostrokoten? (Pomoč: razmisli, da lahko eno oglišče fiksiraš, drugi dve pa izbreš slučajno tako, da bo veljala zahtevana lastnost.)

3. Naj bo X zvezna slučajna spremenljivka z gostoto

$$p(x) = e^{-2|x|}\,.$$

   (a) Izračunaj začetne momente slučajne spremenljivke X, $E(X)$ ter $D(X)$. (Pomoč: upoštevaj simetričnost.)

   (b) Kako je porazdeljena zvezna slučajna spremenljivka $Y = e^X$?

4. Istočasno vržemo 5 enakih poštenih kovancev in štejemo število padlih grbov. V tabeli so rezultati po 320-tih metih, kjer je x_j število metov v katerih se je pojavilo m_j grbov.

x_j	0	1	2	3	4	5
m_j	7	41	98	114	54	6

   Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da je omenjena porazdelitev binomska?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 31.8.2000

1. V posodi imamo 3 bele in 1 rdečo kroglico. Naključno izberemo kroglico in jo vrnemo. Slučajna spremenljivka T meri število izbir, ki so potrebne, da sta izbrani kroglici obeh barv.
   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka T?
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo $G_T(t)$ in matematično upanje $E(T)$.
2. Na enotsko krožnico so padla 3 zrna peska. Kakšna je verjetnost, da je trikotnik, katerega oglišča so zrnca peska, ostrokoten? (Pomoč: razmisli, da lahko eno oglišče fiksiraš, drugi dve pa izbreš slučajno tako, da bo veljala zahtevana lastnost.)
3. Naj bosta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni in obe porazdeljeni z gostoto
$$p(x) = a\,|x|^2\, e^{-x^2}\,.$$
   (a) Izračunaj konstanto a in $k-$ti začetni moment spremenljivke X. Koliko je $E(X)$ in $D(X)$?
   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Z = \max\{X, Y\}$?
4. Vnet obiskovalec kina in gledališča gre vsak večer v gledališče ali v kino, vendar v kino ne gre dva večera zaporedoma. Če gre v gledališče, je dvakrat bolj verjetno, da gre naslednji večer v kino kot v gledališče.
   (a) Obiskovanje študenta predstavi z markovsko verigo (matriko prehodnih vrednosti).
   (b) Zvečer je bil študent v kinu. Kakšna je verjetnost, da bo po n večerih spet v kinu?
   (c) Klasificiraj obe stanji markovske verige. Po koliko dneh se študent v povprečju spet vrne v gledališče?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 14.9.2000

1. Imamo pošteno igralno kocko. V žepu imamo 1 kovanec z vrednostjo 1 SIT, 2 kovanca z vrednostjo 2 SIT in 3 kovance po 5 SIT. Naključno potegnemo kovanec in ga vržemo. Če pade grb, kocke ne vržemo, sicer jo vržemo toliko krat, kolikor je vrednost kovanca. Kakšna je verjetnost, da smo kocko metali? Kakšna je verjetnost, da smo jo vrgli dvakrat? Kakšna je verjetnost, da smo po metanju kocke dobili 2 šestici.

2. Z intervala $[-1, 1]$ naključno in neodvisno izberemo dve števili. Kakšna je verjetnost, da ima tudi njuna vsota vrednost z intervala $[-1, 1]$?

3. Porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X je podana s predpisom

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x+1} & ; \ x \geq 0 \\ 0 & ; \ x < 0 \end{cases} .$$

   (a) Določi konstanto a tako, da bo F_X res porazdelitvena funkcija in zračunaj gostoto slučajne spremenljivke X. Gostoto in porazdelitveno funkcijo tudi skiciraj.

   (b) Kakšna je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti, ki so večje od 1.

4. Istočasno vržemo pošten kovanec in igralno kocko. Vrednost slučajne spremenljivke X naj bo število pik na kocki. Vrednost slučajne spremenljivke Y pa je 0, če pade cifra in je 1, če pade grb.

   (a) Kako je porazdeljen slučajni vektor (X, Y)? Zapiši verjetnostno tabelo.

   (b) Kako sta porazdeljeni slučajni spremenljivki $Z = XY$ in $W = X + Y$?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 14.9.2000

1. V škatli imamo n črnih in n belih kroglic, ki so oboje oštevilčene s števili $1, 2, ..., n$. Iz škatle izvlečemo $2m$ kroglic. Kakšna je verjetnost, da pri tem
   (a) ne dobimo nobenega para enakih cifer;
   (b) dobimo dva para enakih cifer?

2. Z intervala $[-1, 1]$ naključno in neodvisno izberemo dve števili. Označimo naslednja dogodka:

   A - vsota kvadratov števil je manjša od 1;

   B - vsota absolutnih vrednosti števil je večja od 1.

   Izračunaj verjetnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ in $P(B|A)$.

3. Porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X je podana s predpisom
$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{ax}{2bx+1} & ; x \geq 0 \\ c & ; x < 0 \end{cases} .$$
   (a) Določi konstanto c in zvezo med a in b, da bo F_X res porazdelitvena funkcija. Izračunaj gostoto slučajne spremenljivke X. Gostoto in porazdelitveno funkcijo tudi skiciraj.
   (b) Če pri slučajni spremenljivki X obstajajo, izračunaj mediano in matematično upanje ter disperzijo in semikvartilni razmik

4. Vržemo dve pošteni igralni kocki. Vrednost slučajne spremenljivke X naj bo maksimalno število pik na obeh kockah in vrednost slučajne spremenljivke Y je absolutna razlika števila pik na obeh kockah.
   (a) Kako je porazdeljen slučajni vektor (X, Y)? Zapiši njegovo verjetnostno tabelo.
   (b) Ali sta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni?

Naloge so enakovredne.