Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29. 1. 2002

1. Imamo kovanca A in B z neznano verjetnostjo, da pade grb p oziroma p'.
   (a) Istočasno vržemo oba kovanca. Verjetnost, da je pri tem padel vsaj en grb, je $\frac{2}{3}$, da je padla cifra in grb pa $\frac{1}{2}$. Izračunaj verjetnosti p in p'.
   (b) Istočasno vržemo po 2 kovanca tipa A in 2 kovanca tipa B. Izračunaj verjetnost, da pade vsaj en grb in vsaj ena cifra.

2. Na daljici dolžine 1 naključno izberemo dve točki. Označimo naslednja dogodka:

   $A-$ medsebojna razdalja med izbranima točkama je manjša od $\frac{1}{2}$;
   $B-$ izbrani točki ležita na različnih polovicah glede na razpolovišče daljice.

   Izračunaj verjetnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(B|A)$ in $P(A|B)$.

3. Porazdelitvena funkcija zvezne slučajne spremenljivke X je

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq 1 \\ k(x-1)^3 & ; 1 < x \leq 3 \\ 1 & ; \quad x > 3 \end{cases} .$$

   (a) Določi konstanto k in gostoto porazdelitve $p(x)$.
   (b) Kakšna je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $(1,2)$?

4. Istočasno vržemo 4 enake kovance in štejemo število padlih grbov. V tabeli so rezultati po 160-tih metih, kjer je x_j število metov v katerih se je pojavilo m_j grbov.

x_j	0	1	2	3	4
m_j	16	34	50	45	15

   Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ zavrnemo hipotezo, da so kovanci pošteni?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29. 1. 2002

1. V žepu imamo 7 kovancev. Dva sta poštena, grb in cifra padeta z verjetnostjo $\frac{1}{2}$, ostali pa imajo na obeh straneh grb. Iz žepa naključno potegnemo kovanec in ga vržemo. Dobimo grb. Kakšna je verjetnost, da je tudi na spodnji strani grb?

2. Z intervala $[0,1]$ naključno in neodvisno izberemo 3 števila. Kakšna je verjetnost, da njihova vsota leži na intervalu $[1,2]$.

3. Naj bo slučajni vektor (X,Y) porazdeljen z gostoto

$$p(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y}\,; & x,y\geq 0 \\ 0\;\;; & \text{sicer} \end{cases}.$$

   Kako je porazdeljen slučajni vektor (U,V), kjer je $U=X+Y$ in $V=X/Y$? Ali sta slučajni spremenljivki U in V neodvisni?

4. Istočasno vržemo 4 enake kovance in štejemo število padlih grbov. V tabeli so rezultati po 160-tih metih, kjer je m_j število metov v katerih se je pojavilo x_j grbov.

x_j	0	1	2	3	4
m_j	16	34	50	45	15

   Ali lahko na stopnji značilnosti $\alpha=0.05$ zavrnemo hipotezo, da so kovanci pošteni?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 14. 2. 2002

1. Na zabavi se 4 moški in 4 ženske naključno in neodvisno razporedijo za mizo z 8 stoli.

   (a) Na koliko načinov lahko to storijo?

   (b) Koliko je vseh takih razporeditev, da osebi istega spola ne sedita skupaj?

   (c) Kakšna je verjetnost, da osebi istega spola ne sedita skupaj?

   Reši nalogo za primer ravne oz. okrogle mize. Kaj ugotoviš?

2. V škatli je 5 belih in 3 črne kroglice. Iz škatle je padla ena kroglica. Da bi ugotovili, kakšna kroglica se je izgubila, smo naključno in neodvisno iz škatle izbrali dve kroglici. Obe sta bili beli. Kakšna je verjetnost, da se je izgubila bela kroglica?

3. Na kvadratu s stranico 2 enoti slučajno izberemo točko T. Označimo naslednje dogodke:

   A - razdalja točke T do najbližje stranice je večja od $\frac{1}{2}$ enote,

   B - točka T je bližje središču kvadrata kot pa kateremu oglišču,

   C - točka T je od središča kvadrata oddaljena manj kot 1 enoto.

   Izračunaj verjetnosti $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ in $P(B|C)$ ter $P\left(B|\overline{A}\right)$.

4. Graf porazdelitvene funkcije slučajne spremenljivke X je na sliki (glej tabla). Izračunaj verjetnosti naslednjih dogodkov: $P(X=2)$, $P(X=-2)$, $P(-1 \leq X \leq 1)$. Kako je X porazdeljena na intervalu $[-1,1]$?

5. Življenska doba žarnic X je porazdeljena po normalnem zakonu $\mathcal{N}(a,\sigma)$. Proizvajalec je na vzorcu $n=21$ žarnic izračunal vzorčno povprečje $\overline{X}=1060\ ur$ in $\sum\left(X-\overline{X}\right)^2=312500\ ur^2$. Ali lahko na osnovi teh podatkov pri stopnji značilnosti $\alpha=0.05$ zavrnemo hipotezo, da je $E(X)=1000$ ur?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 14. 2. 2002

1. Na zabavi se n moških in n žensk naključno in neodvisno razporedi za mizo z $2n$ stoli.

   (a) Na koliko načinov lahko to storijo?

   (b) Koliko je vseh takih razporeditev, da osebi istega spola ne sedita skupaj?

   (c) Kakšna je verjetnost, da osebi istega spola ne sedita skupaj?

   Reši nalogo za primer ravne oz. okrogle mize. Kaj ugotoviš?

2. V škatli je m ($m \geq 3$) belih in n črnih kroglic. Iz škatle je padla ena kroglica. Da bi ugotovili, kakšna kroglica se je izgubila, smo naključno in neodvisno iz škatle izbrali dve kroglici. Obe sta bili beli. Kakšna je verjetnost, da se je izgubila bela oz. črna kroglica?

3. Točko T izberemo slučajno na kvadratu $[0,2] \times [0,2]$. Slučajna spremenljivka X naj meri razdaljo te točke do najbližje stranice kvadrata. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve. Izračunaj tudi povprečno oddaljenost točke T do najbližje stranice.

4. Najprej vržemo pošteno igralno kocko nato kovanec tolikokrat, kolikor pik je padlo na kocki. Število padlih pik naj bo vrednost slučajne spremenljivke X, število padlih grbov pa vrednost slučajne spremenljivke Y.

   (a) Kako je porazdeljen diskretni slučajni vektor (X, Y)? Določi robni porazdelitvi X in Y!

   (b) Kakšna je verjetnost, da padejo vsaj 3 grbi, če so padle vsaj 4 pike?

5. Življenska doba žarnic X je porazdeljena po normalnem zakonu $\mathcal{N}(a, \sigma)$. Proizvajalec je na vzorcu $n = 21$ žarnic izračunal vzorčno povprečje $\overline{X} = 1000\ ur$ in $\sum \left(X - \overline{X}\right)^2 = 312500\ ur^2$. V katerih mejah lahko leži a, da hipoteze $H_0\left(E\left(X\right) = a\right)$ na stopnji zaupanja $\alpha = 0.05$ ne moremo zavrniti.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI

Maribor, 4. 6. 2002

1. Istočasno vržemo dva poštena kovanca in nato naključno izberemo točko iz kroga $x^2 + y^2 \leq 1$ in sicer, če je padel en grb iz desne polovice $x \geq 0$, če sta padla padla dva grba iz leve polovice $x \leq 0$ in če ni bilo grba iz zgornje polovice $y \geq 0$.

   (a) Kakšna je verjetnost, da je bila točka izbrana iz prvega kvadranta $x, y \geq 0$?

   (b) Kakšna je verjetnost, da je padel en grb, če je bila točka izbrana iz prvega kvadranta?

2. Dana so števila $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Naključno hkrati izberemo 3 števila. Največje število izmed izbranih je slučajna spremenljivka X.

   (a) Katere vrednosti zavzame slučajna spremenljivka X?

   (b) Zapiši verjetnostno in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X ter skiciraj njen graf.

   (c) Izračunaj $E(X)$ in $D(X)$.

3. Naj bo slučajna spremenljivka X zvezno porazdeljena z gostoto verjetnosti

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^2 & ; x \in [0, 1] \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   (a) Skiciraj graf gostote $p(x)$ ter določi konstanto a.

   (b) Izračunaj verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame manjšo vrednost od njenega matematičnega upanja in prikaži rezultat na grafu porazdelitvene funkcije F_X.

   (c) Poišči gostoto verjetnosti p_Y slučajne spremenljivke $Y = 2X + 2$ in interval na katerem velja $p_Y(y) \neq 0$.

4. V tedenskem poročilu so policisti zabeležili naslednje število prometnih nezgod na območju Slovenije

PON	TOR	SRE	ČET	PET	SOB	NED
20	25	26	36	39	45	19

   Ali lahko s temi podatki na stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ oziroma $\alpha = 0.001$ zavrnemo hipotezo, da je število nezgod neodvisno od dneva?

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 4. 6. 2002

1. V posodi imamo pet belih, tri zelene in štiri črne kroglice. Soigralec iz posode najprej izvleče eno kroglico in je ne vrne. Nato izvleče na slepo še dve kroglici in nam pove, da sta enake barve. Kakšna je verjetnost, da je bila prva kroglica bele barve?

2. Dana so števila $1, 2, \ldots, n$. Naključno in neodvisno izberemo k števil. Največje število izmed izbranih je slučajna spremenljivka X. Katere vrednosti zavzame slučajna spremenljivka X? Zapiši tudi verjetnostno in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X.

3. Naj bo zvezna slučajna spremenljivka X porazdeljena z gostoto $p(x)$.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = |X|$? Njeno gostoto in porazdelitveno funkcijo izrazi s $p(x)$ in F_X.

   (b) Dokaži, da imata slučajni spremenljivki X in Y enake sode začetne momente.

4. Naj bo zvezni slučajni vektor (X, Y) porazdeljen z gostoto

$$p(x,y) = \begin{cases} ae^{-x-y} & ; x, y \geq 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}.$$

   (a) Določi konstanto a.

   (b) Izračunaj porazdelitveno funkcijo in gostoto slučajnega vektorja (U, V), kjer je $U = \max\{X, Y\}$ in $V = X + Y$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in Računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 4. 6. 2002

1. V posodi imamo pet belih, tri zelene in štiri črne kroglice. Soigralec iz posode najprej izvleče eno kroglico in je ne vrne. Nato izvleče na slepo še dve kroglici in nam pove, da sta enake barve. Kakšna je verjetnost, da je bila prva kroglica bele barve?

2. Dana so števila $1, 2, \ldots, n$. Naključno in neodvisno izberemo k števil. Največje število izmed izbranih je slučajna spremenljivka X. Katere vrednosti zavzame slučajna spremenljivka X? Zapiši tudi verjetnostno in porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X.

3. Naj bo zvezna slučajna spremenljivka X porazdeljena z gostoto $p(x)$.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = |X|$? Njeno gostoto in porazdelitveno funkcijo izrazi s $p(x)$ in F_X.

   (b) Dokaži, da imata slučajni spremenljivki X in Y enake sode začetne momente.

4. V ribniku živi žaba, ki se z enako verjetnostjo nahaja na lokvanju, v vodi ali na kopnem. Z lokvanja žaba vedno skoči bodisi v vodo bodisi na kopno. Prav tako iz vode žaba vedno skoči na lokvanj ali na kopno. Če je žaba na kopnem, potem je enako verjetno, da tu tudi ostane, kot da skoči bodisi v vodo bodisi na lokvanj.

   (a) Gibanje žabe predstavi z markovsko verigo, matriko prehodnih vrednosti.

   (b) S kolikšnimi verjetnostmi se žaba po n korakih nahaja na lokvanju, v vodi ali na kopnem?

   (c) Po koliko skokih se v povprečju žaba vrne nazaj na lokvanj, v vodo oz. na kopno?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI

Maribor, 2. 7. 2002

1. V žepu imamo 5 bonov po 100 tolarjev, 3 bone po 300 tolarjev in 2 bona po 500 tolarjev. Sežemo v žep in naključno izvlečemo tri bone. Kolikšne so verjetnosti dogodkov:

   A - vsaj dva od izvlečenih bonov imata enako vrednost;

   B - z izvlečenimi boni lahko plačamo malico, ki stane 700 tolarjev;

   C - malico lahko plačamo tako, da se račun ravno izide.

2. Štiri podjetja dobavljajo trgovini izdelek v razmerju 1 : 2 : 3 : 4. Verjetnost, da je dobavljen izdelek z napako je pri prvem podjetju 0.1, pri drugem 0.2, pri tretjem 0.15 in pri četrtem 0.05. V trgovini kupimo izdelek, ne da bi vedeli za njegovo poreklo. Kolikšna je verjetnost, da je kupljen izdelek neuporaben? Kolikšna je verjetnost, da je kupljen izdelek od tretjega proizvajalca, če je bil brez napake?

3. Sočasno vržemo dve pošteni igralni kocki. Slučajna spremenljivka X naj bo vsota, slučajna spremenljivka Y pa večje število pik na obeh kockah.

   (a) Kako sta porazdeljeni slučajni spremenljivki X in Y? Zapiši njuni verjetnostni funkciji in izračunaj $E(X)$ ter $E(Y)$.

   (b) Kakšna je verjetnost, da vrednosti slučajne spremenljivke $X \cdot Y$ ležijo na intervalu $[10, 14]$?

4. Naj bo slučajna spremenljivka X zvezno porazdeljena z gostoto verjetnosti

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^3 & ; x \in [0,1] \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   (a) Skiciraj graf gostote $p(x)$ ter določi konstanto a.

   (b) Izračunaj verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame manjšo vrednost od njenega matematičnega upanja in prikaži rezultat na grafu porazdelitvene funkcije F_X.

5. Kovanec vržemo 100 krat. Pri tem je padlo 80 grbov in 20 cifer. Na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ preveri hipotezi, da se število grbov pojavlja dvakrat oziroma trikrat pogosteje.

Naloge so enakovredne, štiri naloge so 100 točk.

Univerza v Mariboru
FERI - Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 2. 7. 2002

1. Vojaško letalo ima tri stopnje občutljivosti. Da letalo uničimo zadostuje en zadetek v prvi del ali dva zadetka v drugi del ali trije zadetki v tretji del. Pri tem pilot preživi, če letalo ni zadeto v prvi del. Pogojna verjetnost, da je zadet kateri izmed treh delov, ob pogoju, da je letalo zadeto, je enaka razmerju površin teh treh delov. Prvi del letala ima površino 2 m^2, drugi del 4 m^2 in tretji del 14 m^2. Predpostavimo, da sta na poletu letalo zadela dva iztrelka. Kakšna je verjetnost, da je letalo uničeno? Kakšna je verjetnost, da je pilot preživel polet?

2. Igralca izmenično mečeta pošten kovanec. Zmaga tisti, ki prvi vrže grb in pri tem od soigralca dobi devetkrat toliko tolarjev, kot je skupno število metov kovanca.

   (a) Izračunaj verjetnost, da zmaga igralec, ki je igro začel.

   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X, ki meri število priigranih (zaigranih) tolarjev pri igralcu, ki je igro začel?

   (c) Koliko tolarjev dobička lahko pričakuje prvi igralec? (Pomoč: izračunaj $E(X)$, upoštevaj $x^2 + 2x^4 + 3x^6 + ... = \frac{x^2}{(1-x^2)^2}$ in $x + 3x^3 + 5x^5 + ... = \frac{x+x^3}{(1-x^2)^2}$.)

3. Točko T izberemo slučajno na kvadratu $[0, 2] \times [0, 2]$. Slučajna spremenljivka X naj meri razdaljo te točke do najbližje stranice kvadrata. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve. Izračunaj tudi povprečno oddaljenost točke T do najbližje stranice.

4. Kovanec vržemo 100 krat. Pri tem je padlo 80 grbov in 20 cifer. Na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ preveri hipotezi, da se število grbov pojavlja dvakrat oziroma trikrat pogosteje.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in Računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 2. 7. 2002

1. Vojaško letalo ima tri stopnje občutljivosti. Da letalo uničimo zadostuje en zadetek v prvi del ali dva zadetka v drugi del ali trije zadetki v tretji del. Pri tem pilot preživi, če letalo ni zadeto v prvi del. Pogojna verjetnost, da je zadet kateri izmed treh delov, ob pogoju, da je letalo zadeto, je enaka razmerju površin teh treh delov. Prvi del letala ima površino 2 m^2, drugi del 4 m^2 in tretji del 14 m^2. Predpostavimo, da sta na poletu letalo zadela dva iztrelka. Kakšna je verjetnost, da je letalo uničeno? Kakšna je verjetnost, da je pilot preživel polet?

2. Diskretna slučajna spremenljivka X naj bo podana z verjetnostno funkcijo
$$p_n = P\left(X = n\right) = \frac{a}{n^2 + n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$
   (a) Določi konstanto a in zapiši porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X.
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo slučajne spremenljivke X in matematično upanje, če obstaja.

3. Točko T izberemo slučajno na kvadratu $[0, 2n] \times [0, 2n]$, $n \in \mathbb{N}$. Slučajna spremenljivka X naj meri razdaljo te točke do najbližje stranice kvadrata. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve. Izračunaj tudi povprečno oddaljenost točke T do najbližje stranice.

4. Ponavljamo poskus v katerem ima dogodek A verjetnost p. Temu zaporedju priredimo markovsko verigo s predpisom: veriga je v trenutku t (v n-ti ponovitvi poskusa) v stanju E_1, če se je v $n-1$-vem in n-tem poskusu zgodil dogodek A, v stanju E_2, če se je v $n-1$-vem poskusu zgodil dogodek $\overline{A}$ in v n-tem poskusu dogodek A, v stanju E_3, če se je v $n-1$-vem poskusu zgodil dogodek A in v n-tem poskusu dogodek $\overline{A}$, in v stanju E_4, če se je v $n-1$-vem in n-tem poskusu zgodil dogodek $\overline{A}$.
   (a) Za to markovsko verigo zapiši matriko prehoda P in izračunaj $P^2, P^3, ..., P^n$.
   (b) Klasificiraj stanja E_1, E_2, E_3, E_4 in poišči stacionarno porazdelitev, če le-ta obstaja.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI

Maribor, 28. 8. 2002

1. Osem kart, štiri rdeče in štiri črne, razvrstimo v niz. Izračunaj verjetnost naslednjih dogodkov:

   A - barve se izmenično prepletajo;

   B - štiri rdeče karte stojijo skupaj;

   C - rdeče in črne karte stojijo skupaj;

   D - niz se začne in konča z rdečo karto.

2. V treh žarah so kroglice, v prvi žari 2 beli in 2 črni, v drugi 1 bela in 3 črne in v tretji žari 3 bele in 1 črna kroglica. Najprej prenesemo eno kroglico iz prve žare v drugo, nato eno kroglico iz druge žare v tretjo in nazadnje izvlečemo dve kroglici iz tretje žare. Kakšna je verjetnost, da sta kroglici enake barve?

3. Dva prijatelja sta se dogovorila, da se bosta srečala na fakulteti med 10. in 12. uro. Njun prihod na dogovorjeno mesto je neodvisen in naključen. Vsak od njiju po prihodu počaka še nadaljnih 30 minut in če drugi ne pride, potem odide.

   (a) Kakšna je verjetnost, da se bosta prijatelja srečala?

   (b) Koliko časa najmanj bi morala počakati, da bi bila verjetnost srečanja vsaj $\frac{1}{2}$?

4. (a) Določi konstanti a in b tako, bo

   $$F_X(x) = \begin{cases} a - e^{-2x} & ; \ x \geq 0 \\ b & ; \ x < 0 \end{cases}$$

   porazdelitvena funkcija zvezne slučajne spremenljivke X.

   (b) Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in mediano m slučajne spremenljivke X.

   (c) Izračunaj verjetnosti: $P[-1 < X \leq 3]$, $P[X \leq E(X)]$, $P[X > m]$ in $P[X \in \mathbb{N}]$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI - Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 28. 8. 2002

1. Na knjižni polici je osem leposlovnih, šest strokovnih in štiri potopisne knjige. Na slepo najprej odstranimo eno knjigo s te police, nato pa z nje izberemo tri knjige. Kakšna je verjetnost dogodka, da niti dve od izbranih knjig nista iste vrste? Kakšna je pri tem dogodku verjetnost, da smo iz police odstranili strokovno knjigo? Kaj ugotoviš?

2. Dva prijatelja sta se dogovorila, da se bosta srečala na fakulteti med 10. in 12. uro. Njun prihod na dogovorjeno mesto je neodvisen in naključen. Vsak od njiju po prihodu počaka še nadaljnih 30 minut in če drugi ne pride, potem odide.

   (a) Kakšna je verjetnost, da se bosta prijatelja srečala?

   (b) Koliko časa najmanj bi morala počakati, da bi bila verjetnost srečanja vsaj $\frac{1}{2}$?

3. Znotraj kroga s polmerom 1 izberemo točko. Verjetnost, da bo izbrana točka v nekem delu kroga, je sorazmerna ploščini tega dela. Naj slučajna spremenljivka X meri oddaljenost točke od središča kroga in Y naj meri oddaljenost od roba kroga.

   (a) Ugotovi kakšni zvezi zadoščata slučajni spremenljivki X, Y in kako sta porazdeljeni? Zapiši njuno gostoto porazdelitve!

   (b) Poišči povprečno oddaljenost točke od središča oz. od roba.

4. Gostota verjetnosti slučajnega vektorja (X, Y) je

$$p(x, y) = \begin{cases} a\,|x-y| & ; \ -1 \le x, y \le 1 \\ 0 & ; \ \text{sicer} \end{cases} .$$

   (a) Določi konstanto a.

   (b) Kako sta porazdeljeni komponenti X in Y? Ali sta neodvisni?

   (c) Izračunaj porazdelitev slučajne spremenljivke $Z = \max\{|X|, |Y|\}$?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI

Maribor, 11. 9. 2002

1. V žari imamo 5 belih in 2 rdeči kroglici. Naključno izberemo kroglico in je ne vrnemo. Postopek ponavljamo, dokler ne izberemo rdeče kroglice. Označimo z X število izvlečenih kroglic vključno z zadnjo rdečo kroglico. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Izračunaj tudi $E(X)$.

2. Na daljici $\overline{AB}$ naključno izberemo dve točki. Označimo naslednja dogodka:

   A - medsebojna razdalja med točkama ne presega polovice dolžine daljice $\overline{AB}$;

   B - izbrani točki ležita na različnih polovicah glede na razpolovišče daljice $\overline{AB}$.

   Kakšne so verjetnosti dogodkov $P(A)$, $P(B)$ in $P(A|B)$?

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto

$$p(x) = \begin{cases} a(-x^2 + x) & ; \ x \in [0,1] \\ a(-x^2 - x) & ; \ x \in [-1,0] \\ 0 & ; \ \text{sicer} \end{cases} .$$

   (a) Določi konstanto a in skiciraj graf funkcije $p(x)$.

   (b) Izračunaj začetne momente slučajne spremenljivke X, $E(X)$ ter $D(X)$.

4. Na vzorcu neke normalno porazdeljene količine so ugotovili vzorčno povprečje $\overline{x} = 7.5$ in izračunali $\sum (x_k - \overline{x})^2 = 20$. S temi podatki testiramo hipotezo $H_0\,(a = 8)$ proti alternativni hipotezi $H_1(a \neq 8)$. Ali je potrebno hipotezo pri $\alpha = 0.05$ $(\alpha = 0.01)$ zavrniti, če je velikost vzorca $n = 21$?
   (Pomoč: uporabi statistiko $T = \frac{\overline{X}-a}{S}\sqrt{n}$.)

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 11. 9. 2002

1. V posodi imamo 5 belih in 2 rdeči kroglici. Naključno izberemo kroglico in

   (a) je ne vrnemo;

   (b) jo vrnemo nazaj v posodo.

   Postopek ponavljamo, dokler ne izberemo rdeče kroglice. Označimo z X število izvlečenih kroglic vključno z zadnjo rdečo kroglico. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši rodovno funkcijo slučajne spremenljivke X in izračunaj tudi $E(X)$.

2. Slovenska in hrvaška ribiška ladja priplujeta v Piranski zaliv neodvisno in naključno v času 24-tih ur. Slovenska ladja v zalivu ribari 6 ur medtem, ko hrvaška le 3 ure.

   (a) Kakšna je verjetnost, da bo v zalivu prišlo do incidenta? (Ladji bosta istočasno ribarili.)

   (b) Za koliko je treba skrajšati čas ribarjenja slovenske ladje, da verjetnost incidenta pade pod 0.25?

3. Zvezna slučajna spremenljivka X naj bo porazdeljena z gostoto

   $$p(x) = e^{-2|x|}\,.$$

   (a) Izračunaj začetne momente slučajne spremenljivke X, $E(X)$ ter $D(X)$.

   (b) Kako je porazdeljena zvezna slučajna spremenljivka $Y = e^X$?

4. Na vzorcu neke normalno porazdeljene količine so ugotovili vzorčno povprečje $\overline{x} = 7.5$ in izračunali $\sum (x_k - \overline{x})^2 = 20$. S temi podatki testiramo hipotezo $H_0\,(a = 8)$ proti alternativni hipotezi $H_1(a \neq 8)$. Ali je potrebno hipotezo pri $\alpha = 0.05$ $(\alpha = 0.01)$ zavrniti, če je velikost vzorca $n = 21$?
   (Pomoč: uporabi statistiko $T = \frac{\overline{X}-a}{S}\sqrt{n}$.)

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Matematika in Računalništvo z matematiko

IZPIT IZ VERJETNOSTI

Maribor, 11. 9. 2002

1. V posodi imamo 2 beli in 6 rdečih kroglic. Naključno izberemo kroglico in

   (a) je ne vrnemo;

   (b) jo vrnemo nazaj v posodo.

   Postopek ponavljamo, dokler ne izberemo rdeče kroglice. Označimo z X število izvlečenih kroglic vključno z zadnjo rdečo kroglico. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši rodovno funkcijo slučajne spremenljivke X in izračunaj tudi $E(X)$.

2. Slovenska in hrvaška ribiška ladja priplujeta v Piranski zaliv neodvisno in naključno v času 24-tih ur. Slovenska ladja v zalivu ribari 6 ur medtem, ko hrvaška le 3 ure.

   (a) Kakšna je verjetnost, da bo v zalivu prišlo do incidenta? (Ladji bosta istočasno ribarili.)

   (b) Za koliko je treba skrajšati čas ribarjenja slovenske ladje, da verjetnost incidenta pade pod 0.25?

3. Slučajni spremenljivki X_1 in X_2 sta neodvisni in enakomerno porazdeljeni na intervalu $[0, 1]$. Naj bosta $Y_1 = \min\{X_1, X_2\}$ in $Y_2 = \max\{X_1, X_2\}$.

   (a) Določi gostoto porazdelitve slučajne spremenljivke Y_2, slučajnega vektorja (Y_1, Y_2) in pogojne slučajne spremenljivke $Y_1|Y_2$.

   (b) Izračunaj regresijsko funkcijo slučajne spremenljivke Y_1 glede na spremenljivko Y_2.

4. V nekem kraju veljajo za vreme naslednje ugotovitve: če je nekega dne tam slabo vreme, ostane slabo tudi naslednji dan z verjetnostjo $\frac{1}{4}$. Če pa je vreme lepo, ostane tako z verjetnostjo $\frac{2}{3}$.

   (a) Kakšna je verjetnost, da bo vreme po n dnevih spet lepo, če je sedaj lepo?

   (b) Klasificiraj obe stanji markovske verige. Po koliko dneh se v povprečju ponovi slabo vreme?

Naloge so enakovredne.