Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

1. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 4.12.1998

1. Iztok je šel v klet po mošt. S seboj je imel 4 steklenice. Ko je natočil mošt in želel zapreti steklenice, je ugasnila luč. Kakšna je verjetnost, da noben zamašek ne bo končal na pravi steklenici?

2. Palico dolžine l naključno prelomimo na dva dela. Kakšna je verjetnost, da bo ploščina pravokotnika, ki ga določata prelomljena dela palice, manjša od $\frac{1}{9}$ največje možne ploščine?

3. Na neki šoli so dijaki naročeni na Presek. Anketa je pokazala, da 15% dijakov bere članke iz matematike, 20% jih bere fizikalne članke in 22% jih bere računalništvo. Matematične in fizikalne članke bere 5% dijakov, članke iz fizike in računalništva bere 7%, matematiko in računalništvo bere 8% dijakov. Vse članke berejo 3% dijakov. Izračunaj verjetnost, da naključno izbrani dijak:

   (a) ne bere navedenih člankov iz Preseka;

   (b) bere fizikalne ali matematične članke, če bere članke iz računalništva.

4. Igralca izmenično mečeta dve igralni kocki na enkrat. Zmaga tisti igralec, ki prvi vrže kocki tako, da je vsota pik enaka 8 ali 9. Kakšna je verjetnost, da zmaga igralec, ki je igro začel?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

1. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 8.12.1998

1. Izmed naravnih števil naključno izberemo dve števili. Kakšna je verjetnost, da sta izbrani števili tuji, če veš:

   (a) da je prvo število sodo;

   (b) da je prvo število liho;

   (c) da je prvo število sodo in drugo deljivo s 3?

2. Z intervala $[0, 1]$ naključno izberemo 3 števila. Označimo naslednje dogodke:

   $A-$vsota izbranih števil je manjša od 1;

   $B-$vsota kvadratov izbranih števil je manjša od 1;

   $C-$vsota kvadratov prvih dveh števil je manjša od 1.

   Izračunaj verjetnosti: $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A/B)$, $P(B/C)$.

3. Delec se giblje po premici. Na vsakem koraku se delec z enako verjetnostjo premakne bodisi za enoto v levo stran bodisi za enoto v desno stran. Kakšna je verjetnost, da bo delec po m korakih oddaljen od začetne lege za $k \leqslant m$ enot?

4. Tristan in Izolda izmenično mečeta pošten kovanec. Če Tristan vrže grb, dobi jabolko, sicer ne dobi ničesar. Izolda za vržen grb dobi dve jabolki in za cifro izgubi eno jabolko. Zmaga tisti, ki ima prvi dve jabolki več od drugega. Kakšna je verjetnost, da zmaga Tristan, ki je igro začel in ni imel nobene prednosti?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

2. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29.1.1999

1. V žari imamo 4 bele in 3 rdeče kroglice. Naključno izberemo kroglico in je ne vrnemo. Postopek ponavljamo, dokler ne izberemo rdeče kroglice. Označimo s T število izvlečenih kroglic vključno z zadnjo rdečo kroglico. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka T? Izračunaj tudi $E(T)$.

2. Celoštevilska diskretna slučajna spremenljivka X ima rodovno funkcijo
$$G_X(t) = \frac{t}{3-2t}.$$
   (a) Izračunaj matematično upanje in disperzijo slučajne spremenljivke X!
   (b) Zapiši verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X in izračunaj verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti z intervala $(1,4]$. (Pomoč: rodovno funkcijo G_X razvij v Taylorjevo vrsto, pomagaj si z geometrijsko vrsto.)

3. Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto
$$p(x) = \begin{cases} a\left(\frac{1}{3}x+1\right) & ; x \in [-3,0] \\ a\left(1-\frac{1}{9}x^2\right) & ; x \in [0,3] \\ 0 & ; x \in \mathbf{R}\setminus[-3,3] \end{cases}.$$
   (a) Skiciraj graf gostote $p(x)$ in določi konstanto a tako, da bo $p(x)$ res gostota zvezne spremenljivke X!
   (b) Izračunaj matematično upanje in mediano!

4. V tedenskem poročilu so reševalci zabeležili naslednje število nujnih primerov

PON	TOR	SRE	ČET	PET	SOB	NED
19	25	26	31	39	41	19

Ali lahko s temi podatki na stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ oziroma $\alpha = 0.01$ zavrnemo hipotezo, da je število nezgod neodvisno od dneva?(Pomoč: χ^2-test.)

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

2. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 29.1.1999

1. Dogodek A naj ima v poskusu X verjetnost p $(0 < p < 1)$. Naj slučajna spremenljivka T meri število ponovitev poskusa X, ki so potrebni, da se dogodek A zgodi $2-$krat.
   (a) Kakšna je verjetnostna funkcija slučajne spremenljivke T?
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo slučajne spremenljivke T in določi $E(T)$.

2. Naj bo zvezna slučajna spremenljivka X podana z gostoto
$$p(x) = \frac{1}{4}x^2 e^{-|x|}.$$
   (a) Izračunaj $k-$ti začetni moment slučajne spremenljivke X, $E(X)$ in $D(X)$! (Pomoč: upoštevaj simetričnost in Eulerjevo funkcijo Γ.)
   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Y = e^X$?

3. Naj bo zvezni slučajni vektor (X, Y) porazdeljen z gostoto
$$p(x,y) = \begin{cases} e^{-x-y}; & x, y \geq 0 \\ 0 \quad ; & \text{sicer} \end{cases}.$$
   (a) Kakšni sta robni porazdelitvi p_X in p_Y komponent X in Y?
   (b) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka $Z = \max\{X, Y\}$?

4. Hipotezo, da je kovanec K pošten, smo preizkusili tako, da smo $256-$krat metali kovanec tako dolgo, dokler ni prvič padla cifra. Dobili smo naslednje rezultate

št. metov	1	2	3	4	5	6	7	8
št. izvedb	108	60	40	24	12	5	5	2

   Ali lahko na osnovi tega vzorca pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ oziroma $\alpha = 0.01$ hipotezo zavrnemo? (Pomoč: χ^2-test.)

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko

3. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 7.5.1999

1. (15) Zvezna slučajna spremenljivka X naj bo porazdeljena z gostoto
$$p\left(x\right)=\frac{1}{\pi\left(1+x^{2}\right)}\,.$$
Naj bo A dogodek $\left[X\geq-1\right]$. Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X/A? Zapiši porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve.

2. (25) Določi interval zaupanja za povprečno število rib a v ribiški mreži s stopnjo zaupanja $1-\alpha$ $\left(\alpha=0.025\right)$, pri čemer je število rib porazdeljeno normalno $N\left(a,\sigma\right)$ z $\sigma=70$. Ribiči so po 25-tih ulovih izračunali povprečno 1000 rib v ribiški mreži.

3. (30) Zvezna slučajna spremenljivka X je podana z gostoto
$$p\left(x\right)=\frac{c}{\left(1+x^{2}\right)^{2}}\,.$$
   (a) Določi konstanto c.
   (b) Izračunaj karakteristično funkcijo slučajne spremenljivke X.

4. (30) Delec se giblje po mreži trikotnika ΔABC. Na vsakem koraku se delec iz danega oglišča z verjetnostjo p $(0<p<1)$ premakne v pozitivni smeri in z verjetnostjo $q=1-p$ v negativni smeri orientacije trikotnika v sosednje oglišče.
   (a) Gibanje delca opiši z markovsko verigo.
   (b) Za posamezno stanje markovske verige izračunaj $v_i\left(n\right)$-verjetnost, da se delec po n korakih prvič vrne v začetno lego.
   (c) Poišči stacionarno porazdelitev in za vsako stanje izračunaj povprečen čas vrnitve.

Točke so razporejene ob nalogah.