Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 25. 11. 2003

1. Iz množice naravnih števil naključno izberemo število. Izračunaj verjetnost dogodka, da izbrano število ni deljivo z 2 niti s 3 niti s 5.

2. Verjetnosti zadetka pri vsakem strelu za tri strelce so $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$. Pri hkratnem strelu vseh treh strelcev opazimo dva zadetka. Kolika je verjetnost, da je zgrešil tretji strelec?

3. Kolikšna je verjetnost dogodka, da je v enakostraničnem trikotniku izbrana točka bliže težišču trikotnika kot kateremu od oglišč?

4. V prvi posodi so tri bele in ena črna kroglica, v drugi sta dve beli in dve črni ter v tretji dve beli in ena črna kroglica. Naključno prenesemo kroglico iz prve v drugo posodo, nato pa dve kroglici iz druge v tretjo posodo, nazadnje iz tretje posode naključno vzamemo kroglico. Kolikšna je verjetnost, da smo iz prve v drugo posodo prestavili belo kroglico, če smo iz tretje posode potegnili belo kroglico?

5. Tristan in Izolda izmenično mečeta pošten kovanec. Če Tristan vrže grb, dobi jabolko, sicer ne dobi ničesar. Izolda za vržen grb dobi dve jabolki in za cifro izgubi eno jabolko. Zmaga tisti, ki ima prvi dve jabolki več od drugega. Kakšna je verjetnost, da zmaga Tristan, ki je igro začel in ni imel nobene prednosti?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

1. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 3. 12. 2003

1. (a) Pri metu štirih poštenih igralnih kock so padle same različne vrednosti. Kakšna je verjetnost, da je med njimi tudi šestica?
   (b) V pritličju stolpnice vstopi v dvigalo m ljudi in vsak izstopi naključno in neodvisno v enem izmed n nadstropij. Kakšna je verjetnost, da nobena dva človeka ne izstopita v istem nadstropju?

2. V denarnici imamo a kovancev po 1 SIT, b kovancev po 2 SIT, c kovancev po 5 SIT in d kovancev po 10 SIT. Iz denarnice naključno izvlečemo dva kovanca. Prvi kovanec ima večjo vrednost od drugega. Kolikšna je pogojna verjetnost dogodka, da je prvi kovanec vreden 5 SIT.

3. V prvi posodi imamo 8 belih, 6 zelenih in 6 rdečih kroglic. Na slepo najprej iz posode odstranimo dve kroglici, nato pa iz posode naključno izvlečemo še tri kroglice. Izračunaj verjetnost dogodka, da niti dve od izbranih kroglic nimata enake barve.

4. Kovanec s polmerom $r = 1$ naključno vržemo na ravnino, ki jo vzporednice delijo na enakostanične trikotnike z osnovnim robom $a = 4$. Slučajna spremenljivka X meri število daljic, ki jih v tako ustvarjeni mreži seka kovanec. Kako je porazdeljena X?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Telekomunikacije
Univerzitetni študij

1. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 30. 4. 2004

1. Iz množice naravnih števil naključno izberemo število. Izračunaj verjetnost dogodka, da izbrano število ni deljivo z 2 niti s 3 niti s 5.

2. Na daljici z dolžino 6 cm naključno in neodvisno izberemo dve točki. Označimo dogodka:

   A- točki sta od razpolovišča daljice oddaljeni več kot 1 cm,

   B- razdalja med točkama je vsaj 3 cm.

   Izračunaj verjetnosti: $P(A), P(B), P(AB), P(A \cup B)$ in $P(A|B)$.

3. Strelca streljata na tarčo, ki jo prvi zadene z verjetnostjo $\frac{3}{4}$, drugi pa z verjetnostjo $\frac{2}{3}$. Vsak po dvakrat ustrelita proti cilju. Izračunaj pogojno verjetnost dogodka, da sta oba zadela tarčo, če sta bila v tarči 2 zadetka.

4. Na knjižni polici je 8 leposlovnih, 6 strokovnih in 5 potopisnih knjig. Naključno iz police odstranimo 2 knjigi in nato iz nje izberemo eno knjigo. Izračunaj verjetnost dogodka, da smo na koncu izbrali leposlovno knjigo.

5. Naenkrat vržemo dve pošteni igralni kocki. Maksimalno število pik na obeh kockah je slučajna spremenljivka X. Kako je porazdeljena X? Zapiši njeno verjetnostno funkcijo, porazdelitveno funkcijo, rodovno funkcijo in izračunaj matematično upanje ter disperzijo!

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Strokovni študij

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 29. 1. 2004

1. Televizijski oddajnik želi vzpostaviti zvezo s satelitom, zato odda signal vsako minuto. Verjetnost, da satelit sprejme signal je 0.3. Diskretna slučajna spremenljivka X meri čas, ki je potreben, da pride do vzpostavitve zveze.
   (a) Kako je porazdeljena spremenljivka X? Zapiši njeno verjetnostno funkcijo!
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo slučajne spremenljivke X.
   (c) V kolikšnem času v povprečju je zveza vzpostavljena?

2. Porazdelitvena funkcija zvezne slučajne spremenljivke X je
$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{ax+1} & ; \ x \geq 1 \\ b & ; \ x < 1 \end{cases} .$$
   (a) Določi konstanti a in b tako, da bo F_X res porazdelitvena funkcija.
   (b) Izračunaj gostoto porazdelitve slučane spremenljivke X in $P[-1 < X < 3]$.
   (c) Izračunaj mediano in matematično upanje, če obstaja.

3. Točko T izberemo naključno na kvadratu $[0,1] \times [0,1]$. Zvezna slučajna spremenljivka X meri razdaljo te točke do najbližje koordinatne osi.
   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto porazdelitve!
   (b) Kolikšna je povprečna oddaljenost točke T do najbližje koordinatne osi?

4. Po križanju dveh vrst orhidej so teoretične verjetnosti, da bomo dobili rumeno, belo, rdečo in modro orhidejo po vrsti $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{2}{10}$ in $\frac{1}{10}$. V 100-tih poskusih križanja smo dobili naslednje rezultate:

rumena	bela	rdeča	modra
35	47	15	3

   Ali se ti rezultati na osnovi tveganja $\alpha = 0.05$ bistveno razlikujejo od teoretično pričakovanih?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
FERI-Računalništvo in informatika
Univerzitetni študij

2. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 29. 1. 2004

1. Strelca izmenično streljata na tarčo. Prvi zadene tarčo z verjetnostjo $p = \frac{1}{2}$ in drugi z verjetnostjo $p' = \frac{1}{3}$. Število strelov, ki so potrebni, da je tarča zadeta, je slučajna spremenljivka X.
   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Zapiši njeno verjetnostno funkcijo!
   (b) Izračunaj rodovno funkcijo slučajne spremenljivke X.
   (c) Koliko strelov je v povprečju potrebnih, da je tarča zadeta?
2. Na intervalu $[0, a]$ naključno in neodvisno izberemo dve točki. Naj slučajna spremenljivka X meri razdaljo med točkama.
   (a) Kako je porazdeljena spremenljivka X? Zapiši njeno gostoto in porazdelitveno funkcijo!
   (b) Kolikšna je povprečna razdalja med točkama?
3. Vržemo dve pošteni igralni kocki. Vrednost slučajne spremenljivke X naj bo maksimalno število pik na obeh kockah in vrednost slučajne spremenljivke Y je absolutna razlika števila pik na obeh kockah.
   (a) Kako je porazdeljen slučajni vektor (X, Y)? Zapiši njegovo verjetnostno tabelo!
   (b) Kolikšna je verjetnost, da ima enačba $x^2 + Yx + X = 0$ realne korene?
4. Po križanju dveh vrst orhidej lahko dobimo rumeno, belo, rdečo in modro orhidejo. Vrtnarji so postavili hipotezo, da sta rdeča in modra orhideja enako verjetni, medtem ko se bela in rumena orhideja pojavljata dvakrat pogosteje. V 60-tih poskusih križanja smo dobili naslednje rezultate:

rumena	bela	rdeča	modra
16	25	12	7

   Ali so ti rezultati na osnovi tveganja $\alpha = 0.05$ v nasprotju s postavljeno hipotezo?

Naloge so enakovredne. Dominik Benkovič

Univerza v Mariboru
FERI-Telekomunikacije
Univerzitetni študij

2. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE

Maribor, 4. 6. 2004

1. S kvadrata $[-1, 1] \times [-1, 1] \subseteq \mathbb{R}^2$ naključno izberemo točko T. Naj slučajna spremenljivka meri oddaljenost točke T od diagonale kvadrata $y = x$.

   (a) Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X? Izračunaj najprej njeno porazdelitveno funkcijo in nato še gostoto.

   (b) Izračunaj povprečno oddaljenost točke od diagonale.

2. Z merilcem razdalje merimo oddaljenost nekega objekta. Zaradi sistemske napake merilca je dejanska oddaljenost objekta manjša za 50 metrov. Slučajna napaka pri merjenju je porazdeljena normalno s standardnim odklonom 100 metrov. Oceni verjetnost, da pri merjenju nismo zagrešili napake večje od 150 metrov? Kakšna je ocena verjetnosti, da izmerjena oddaljenost ni večja od dejanske?

3. Vržemo dve pošteni igralni kocki. Vrednost slučajne spremenljivke X naj bo maksimalno število pik na obeh kockah in vrednost slučajne spremenljivke Y je absolutna razlika števila pik na obeh kockah.

   (a) Kako je porazdeljen slučajni vektor (X, Y)? Zapiši njegovo verjetnostno tabelo!

   (b) Kolikšna je verjetnost, da ima enačba $x^2 + Yx + X = 0$ realne korene?

4. Po križanju dveh vrst orhidej lahko dobimo rumeno, belo, rdečo in modro orhidejo. Vrtnarji so postavili hipotezo, da sta rdeča in modra orhideja enako verjetni, medtem ko se bela in rumena orhideja pojavljata dvakrat pogosteje. V 60-tih poskusih križanja smo dobili naslednje rezultate:

rumena	bela	rdeča	modra
16	25	12	7

.

Ali so ti rezultati na osnovi tveganja $\alpha = 0.05$ v nasprotju s postavljeno hipotezo?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo

3. KOLOKVIJ IZ VERJETNOSTI

Maribor, 22. 4. 2004

1. Naj bo slučajni vektor (X, Y) porazdeljen na kvadratu $[-1, 1] \times [-1, 1]$ z gostoto verjetnosti, ki je premosorazmerna s kvadratom oddaljenosti točke od izhodišča.

   (a) Zapiši gostoto vektorja (X, Y) in izračunaj $P\left[\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4} | Y = \frac{1}{2}\right]$.

   (b) Izračunaj regresijo $E(X|Y)$.

2. V električnem brivniku, ki za delovanje potrebuje eno baterijo, moramo baterije občasno zamenjati. V povprečju traja baterija 4 tedne s standardnim odklonom 1 teden. Trajanje posameznih baterij so med sabo neodvisne slučajne spremenljivke.

   (a) Izračunaj približek verjetnosti, da bo 28 baterij skupaj trajalo več kot dve leti. (Leto ima 52 tednov.)

   (b) Najmanj koliko baterij potrebujemo, če naj bo verjetnost, da bo zaloga dovolj za dve leti delovanja brivnika, vsaj 0.95?

   Namig: uporabi centralni limitni izrek.

3. Naj imata slučajni spremenljivki X in Y karakteristični funkciji $f_X(t) = \frac{1}{2e^{-it}-1}$ in $f_Y(t) = \frac{1}{1-it}$.

   (a) Zapiši porazdelitev slučajne spremenljivke X!

   (b) Izračunaj začetne momente slučajne spremenljivke Y. Ugotovi, kako je porazdeljena slučajna spremenljivka Y?

4. Trgovski potnik vsak dan obišče eno od mest Maribor, Ljubljana in Koper. Če je bil v Mariboru ali v Kopru, gre naslednji dan vedno v Ljubljano. Če je bil v Ljubljani, pa je enakoverjetno, da je naslednji dan v Mariboru ali v Kopru.

   (a) Gibanje trgovskega potnika predstavi z markovsko verigo. Zapiši matriko prehoda P in izračunaj $P^2, P^3, ..., P^n$.

   (b) Za posamezni kraj izračunaj $v(n)$ - verjetnost, da se trgovski potnik po n dnevih prvič vrne v ta kraj.

   (c) Klasificiraj stanja markovske verige! Ali obstaja stacionarna porazdelitev?

Naloge so enakovredne.