

Vaje 6: Inverzna matrika, matrična enačba

Naloge na vajah

1. Podanim matrikam poišči inverzne matrike:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$(b) B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$(c) C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$(d) D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Reši matrične enačbe:

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix};$$

(b) $A^2X - 3X = B$, če sta

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix};$$

(c) $2AX - 3A = BX$, če sta

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -4 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix};$$

(d) $B + X = XA - BA$, če sta

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Samostojno reši: [1, Naloge: 61, 68, 69], [3, Naloge: 149, 152, 155(b)] in [2, Naloge: 338, 384, 421].

Primeri izpitnih nalog:

1. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Določi matriko X , da bo $AXC^T = 4AB^T + 2(CX^T)^T$. Koliko je rang matrike X ?

2. Za katero število $a \in \mathbb{R}$ matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & a-3 & 2a-1 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

ni obrnljiva? Za to število a reši matrično enačbo $Ax = 0$, $x \in \mathbb{R}^4$. Kaj je rešitev te matrične enačbe za poljubno drugo število $a \in \mathbb{R}$?

3. Reši matrično enačbo

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X - X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Reši matrično enačbo

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -8 & -12 \\ -5 & -10 & -5 \\ 10 & 13 & 10 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Literatura

- [1] E. Kramar: Rešene naloge iz Linearne algebre, DMFA, Ljubljana 1994.
- [2] M. Dobovišek, D. Kobal, B. Magajna: Naloge iz algebre I, DMFA, Ljubljana 1992.
- [3] M. Kolar, B. Zgrablič: Več kot nobena a manj kot tisoč in ena rešena naloga iz linearne algebre, Pitagora, Ljubljana 1996.