Algebra
1. kolokvij (6.11.1997)

1. Izračunaj $D(9652, 6504)$ in $v(9652, 6504)$.
2. Poišči vse celoštevilske rešitve enačbe $407x + 517y = 33$.
3. Z matematično indukcijo pokaži, da 27 deli $9(n-1) + 100^n + 35$.
4. Naj bosta a in b celi števili, p praštevilo in $D(a,b) = p^2$. Izračunaj $D(a^4, b^2)$.
5. Naj bodo a, b in c cela števila, $D(a,b) = 1$ in naj c deli $a+b$. Pokaži, da je $D(a,c) = 1$ in $D(b,c) = 1$.

Algebra
2. kolokvij (15.1.1998)

1. Poišči celoštevilske rešitve enačbe

$$x^{101} - 34^{40}x^{60} + 36^{40}x^7 - 2\sum_{i=0}^{39} 36^{39-i}\,34^i = 1.$$

2. Naj bodo $(1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$, $(1,0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}) \in \mathbb{R}^2$ zaporedna oglišča pravilnega n-kotnika.
   (a) Koliko je n?
   (b) Poišči še vsaj eno oglišče tega n-kotnika.
3. Poišči vse celoštevilske rešitve enačbe $10x + 6y + 15z = 1$.
4. Pokaži, da 20 deli $27^{501} - 23^{503}$.

Algebra
3. kolokvij (14.4.1998)

1. Poišči vse rešitve naslednjih enačb:
   (a) $x^3 - 3x + \sqrt{2} = 0$.
   (b) $2x^4 + 3x^3 - 31x^2 + 3x + 2 = 0$.
2. Naj bosta $p(x) = 161 - 1221x + 1905x^2 - 462x^3 - 604x^4 + 403x^5 - 78x^6 + x^8$ in $q(x) = 14 - 115x + 189x^2 - 60x^3 - 51x^4 + 42x^5 - 11x^6 + x^7$ polinoma z realnimi koeficienti. Poišči največji skupni delitelj polinomov p in q. Zapiši ga kot linearno kombinacijo teh polinomov (poišči $a, b \in \mathbb{R}[x]$, tako da bo $a\,p + b\,q = D(p,q)$).
3. Naj bodo a, b, c in d ničle polinoma $2x^4 + 3x^2 - 7x + 11$. Izračunaj $a^4bcd + ab^4cd + abc^4d + abcd^4$.
4. Dane so tri družine polinomov v $\mathbb{R}[x]$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \{x^3 + 2nx^2 - n^3x + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}\\
\mathcal{B} &= \{x^3 - 4x + t^2 \mid t \in \mathbb{R}_+\}\\
\mathcal{C} &= \{x^3 + 2\sqrt{11}x^2 + (t + \frac{11}{3})x + \frac{88\sqrt{11}}{27} \mid t \in \mathbb{R}_+\}
\end{aligned}$$

   Ugotovi v katerih izmed teh družin imajo vsi polinomi same enostavne ničle in v katerih izmed teh družin imajo vsi polinomi same realne ničle.

   Nasvet: Pomagaj si z diskriminanto polinoma.

Algebra
4. kolokvij (19.5.1998)

1. Naj bosta $\pi, \rho \in \Pi_{10}$ permutaciji, $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 7 & 2 & 5 & 1 & 6 & 3 & 8 & 10 & 9 \end{pmatrix}$ in $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 8 & 1 & 10 & 9 \end{pmatrix}$.
   Zapiši permutacije $\pi, \rho, \pi \circ \rho$ in $\rho \circ \pi$ z disjunktnimi cikli in izračunaj red teh permutacij.

2. Naj bo G grupa in $f : G \longrightarrow G$ preslikava definirana s predpisom $f(g) = g^{-1}$. Pokaži, da je G Abelova grupa natanko takrat, ko je f automorfizem grupe G.

3. Naj bodo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Definirajmo operacijo $\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $x \cdot y = a\,x + b\,y + c\,x\,y$. Poišči vse take četverke (a, b, c, d), da bo $(\mathbb{R} \backslash \{d\}, \cdot)$ Abelova grupa.

4. Naj bo G grupa, H in K pa njeni podgrupi. Pokaži, da je $H \cup K$ podgrupa grupe G natanko takrat ko je $H \subseteq K$ ali $K \subseteq H$.

5. Naj bo $G = \{a + i\,b \mid a, b \in \mathbb{R},\ |a| = |b| \neq 0 \vee (a = 0 \wedge b \neq 0) \vee (a \neq 0 \wedge b = 0)\} \subseteq \mathbb{C}$. Pokaži, da je G grupa za operacijo množenja kompleksnih števil.