Izrek 5. Kubična enačba $x^3 + px + q = 0$; $p, q \in \mathbb{C}$ ima v obsegu $\mathbb{C}$ natanko 3 rešitve: $x_1 = u_1 + u_2$, $x_2 = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2$, $x_3 = \varepsilon^2 u_1 + \varepsilon u_2$, kjer je $\varepsilon = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ in sta $u_{1,2}$ rešitvi kvadratne enačbe $u^2 + qu - \frac{p^3}{27} = 0$. Izraz $D_3 = -8p^3 - 27q^2$ imenujemo diskrimanta dane kubične enačbe in za $u_{1,2}$ dobimo vrednosti $-\frac{q}{2} \pm \frac{\sqrt{-D_3}}{6\sqrt{3}}$. V primeru $p, q \in \mathbb{R}$ velja $\{x_1, x_2, x_3\} \subset \mathbb{R} \Leftrightarrow D_3 \geq 0$.

Izrek 6 (Viéte). Kadar je unitaren polinom $p = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \in K[x]$ produkt linearnih faktorjev $x - c_k$; $k = 1, 2, \ldots, n$ (pravimo tudi, da je p **popolnoma razcepen** nad K), veljajo naslednje povezave med koeficienti in ničlami polinoma p:
$-a_{n-1} = c_1 + c_2 + \ldots + c_n$, $a_{n-2} = c_1c_2 + c_1c_3 + \ldots + c_{n-1}c_n$, $\ldots$, $(-1)^n a_0 = c_1c_2 \ldots c_n$.

Def. 6: Elementom kolobarja $K[x_1, x_2, \ldots, x_n] = (...((K[x_1])[x_2]) \ldots)[x_n]$ pravimo **polinomi n spremenljivk**. Vsak tak polinom je vsota **monomov**: $\sum_{k_1 \ldots k_n} a_{k_1 \ldots k_n} x_1^{k_1} \ldots x_n^{k_n}$. **Stopnja** posameznega monoma je po dogovoru enaka $\sum_{j=1}^{n} k_j$. Polinomu p pravimo **homogen**, kadar je p vsota monomov enake stopnje. Polinom p imenujemo **simetričen**, kadar za poljubno permutacijo $\pi \in S_n$ velja $p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = p(x_{\pi(1)}, x_{\pi(2)}, \ldots, x_{\pi(n)})$.

Posledica 7. Desne strani Vietovih obrazcev so t. i. **osnovni** simetrični polinomi $s_k(c_1, \ldots, c_n)$.

Izrek 7. Polinom $p \in K[x_1, \ldots, x_n]$ je simetričen natanko tedaj, ko obstaja tak polinom $q \in K[x_1, \ldots, x_n]$, za kateri velja: $p(x_1, \ldots, x_n) = q(s_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, s_n(x_1, \ldots, x_n))$.

Def. 7: Naj bodo $x_1, x_2, \ldots, x_n$ vse ničle popolnoma razcepnega unitarnega polinoma $p \in K[x]$ stopnje n. Produktu $D_n = \prod_{j<k} (x_j - x_k)^2 \in K$ rečemo **diskriminanta** polinoma p.

Posledica 8. Kot simetrični polinom ničel popolnoma razcepnega unitarnega polinoma $p \in K[x]$, se njegova diskriminanta izraža s koeficienti tega polinoma.

Izrek 8. Vsak polinom lihe stopnje z realnimi koeficienti ima vsaj eno realno ničlo.

Izrek 9. Poljuben polinom $p \in \mathbb{R}[x]$ stopnje več kot 0 ima vsaj eno kompleksno ničlo.

Posledica 9 (osnovni izrek algebre). Vsak polinom s kompleksnimi koeficienti in stopnjo večjo od 0 ima vsaj eno kompleksno ničlo. Z drugimi besedami: poljuben polinom $p \in \mathbb{C}[x]$ je v $\mathbb{C}$ popolnoma razcepen. Zato kompleksnim številom pravimo **algebrsko zaprt obseg**.

Def. 8: Naj za $p \in \mathbb{R}[x]$ in realni števili $a < b$ velja: $p(a)p(b) \neq 0$. Zaporedje polinomov $p_0, p_1, \ldots, p_k \in \mathbb{R}[x]$ imenujemo **Sturmovo zaporedje** za polinom p na intervalu (a, b) natanko tedaj, ko: (1) je $p_0 = p$, (2) p_k nima ničel na $[a, b]$, (3) za vsako ničlo $c \in [a, b]$ polinoma p_i, $i > 0$ velja, da je $p_{i-1}(c)p_{i+1}(c) < 0$ in (4) za vsako ničlo $c \in (a, b)$ polinoma p_0 obstaja taka okolica $(c', c'') \subset (a, b)$, da je p_0p_1 negativen na (c', c) in pozitiven na (c, c''). $\{p_i\}$ so Sturmovo zaporedje za p na $(-\infty, \infty)$, če zahteve (1)-(4) veljajo za dovolj velika $-a, b$.

Posledica 10. Primer Sturmovega zaporedja za polinom p na intervalu (a, b), kjer p nima večkratnih ničel, so polinomi $p, p', p_2, \ldots, p_k$, kjer je vsak p_{i+1}, $i > 0$ nasprotna vrednost (neničelnega) ostanka od deljenja polinoma p_{i-1} s polinomom p_i: $p_{i-1} = q_i \cdot p_i - p_{i+1}$.

Izrek 10 (Sturm). Naj bo $\{p_i\}$ Sturmovo zaporedje za polinom p na intervalu (a, b), kjer p nima večkratnih ničel. Označimo za poljuben $c \in \mathbb{R}$ s $S(c)$ število sprememb znaka v zaporedju $p_0(c), p_1(c), \ldots, p_k(c)$. Potem ima p na intervalu (a, b) natanko $S(a) - S(b)$ ničel.

Preproste metode za iskanje realnih ničel polinoma p na danem intervalu so **bisekcijska**, **sekantna** ($x_{k+1} = x_{k-1} + \frac{(x_k - x_{k-1})p(x_{k-1})}{p(x_{k-1}) - p(x_k)}$) in **tangentna** ($x_{k+1} = x_k - \frac{p(x_k)}{p'(x_k)}$).