

1. KOLOKVIJ IZ ANALIZE II

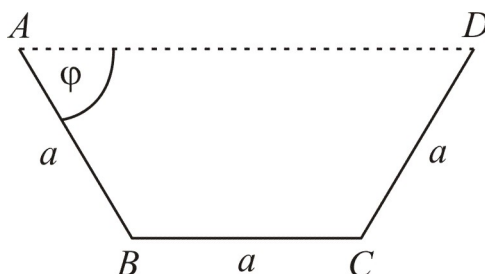
Maribor, 14. 12. 2009

1. Z uporabo prvih dveh odvodov nariši graf funkcije

$$f(x) = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}.$$

(30)

2. Iz treh pravokotnih plošč širine a zgradimo žleb, katerega prečni prerez je trapez $ABCD$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = a$ (glej sliko). Za kakšen kot $\angle BAD$ bo ploščina prečnega prereza največja? (25)



3. Naj bosta a in b poljubni realni števili. Dokaži, da obstaja točka $c \in \mathbb{R}$, ki leži med številoma a in b ter zadošča enakosti

$$c^2 = \frac{a^2 + ab + b^2}{3}.$$

Namig: Pomagaj si z izreki o odvodu na zaprtem intervalu. (15)

4. Integriraj

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x + \sin 2x + 1} \quad \text{in} \quad \int x \arctan \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) dx.$$

(30)

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

2. KOLOKVIJ IZ ANALIZE II

Maribor, 01. 02. 2010

1. Funkcijo $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = \cos(x)$ zavrti okoli premice $x = \pi$. Izračunaj volumen nastale vrtenine.

2. Naj bo podano funkcijsko zaporedje $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$

Pokaži, da za vsak $x \in \mathbb{R}$ zaporedje $(f_n(x))$ konvergira in določi limitno funkcijo f . Ali zaporedje (f_n) konvergira k funkciji f enakomerno na \mathbb{R} ? Odgovor utemelji.

3. Funkcijo $f(x) = (x^2 + 1) \arctan(x)$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 0$.

(a) Določi $f^{(1001)}(0)$.

(b) Izračunaj vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2-1}$.

4. Funkcijo $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x(\pi - x)$ razvij v Fourierovo vrsto po samih sinusih in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$$