

# 1. del pisnega izpita iz ANALIZE II

Maribor, 16. 12. 2011

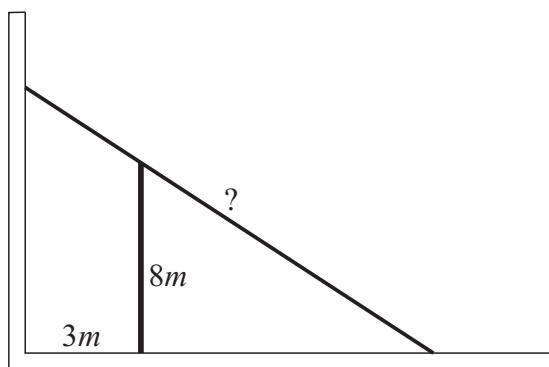
1. S pomočjo prvega odvoda čim bolj natančno skiciraj graf funkcije

$$f(x) = \arcsin \sqrt{2e^x - e^{2x}}. \quad (25)$$

2. Dokaži, da za vsak  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  velja neenakost

$$\frac{1}{2}e^{x \cot(2x)} < \cos(x) < \frac{1}{2}e^{x \cot(x)}. \quad (20)$$

3. Poišči dolžino najkrajše lestve, ki bo segala čez ograjo višine 8 metrov, tako da bo en konec lestve naslonjen na tla, drugi konec pa na steno, ki se nahaja 3 metre za ograjo. (25)



4. Integriraj

$$\int \cos^4 x \sin^2 x dx \quad \text{in} \quad \int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx. \quad (30)$$

## 2. del pisnega izpita iz ANALIZE II

Maribor, 31. 01. 2012

1. Lik, ki ga omejujeta graf funkcije  $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \tan x & ; \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ \cot x & ; \quad \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

in  $x$ -os, zavrtimo okoli premice  $x = \frac{\pi}{2}$  za kot  $2\pi$ . Izračunaj volumen nastale vrtenine. (25)

2. Za katere pare realnih števil  $a, b \in \mathbb{R}$ , kjer je  $b \geq 0$ , obstaja integral

$$\int_0^\infty \frac{x^a \arctan x}{1 + x^b} dx ?$$

Odgovor utemelji. (25)

3. Naj bo podano funkcijsko zaporedje  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom

$$f_n(x) = \frac{\sin(nx + 3)}{\sqrt{n + 1}}.$$

Pokaži, da za vsak  $x \in \mathbb{R}$  zaporedje  $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$  konvergira in določi limitno funkcijo  $f(x)$ . Ali funkcijsko zaporedje  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergira k funkciji  $f$  enakomerno na  $\mathbb{R}$ ? Odgovor utemelji. (25)

4. Izračunaj konvergenčni polmer vrste  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ , kjer je

$$a_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots + (-1)^n \frac{1}{2n + 1}.$$

Izrazi vsoto te vrste z elementarnimi funkcijami. **Pomoč:** vrsto pomnoži z  $(1 - x^2)$ . (25)