Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 02. 02. 2010

1. Naj bo $\mathbb{R}_5[X] = \{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 \mid a_i \in \mathbb{R}, n \in \{0,1,2,3,4,5\}\}$ množica vseh polinomov stopnje 5 ali manj. Definirajmo funkcijo $f : \mathbb{R}_5[X] \to \mathbb{R}_5[X]$, ki naj polinomu priredi njegov odvod. Pokaži, da funkcija f ni injektivna in surjektivna.

2. Poišči enačbo krožnice, ki ima središče v presečišču premic $3x - 4y + 11 = 0$ in $5x + 7y - 50 = 0$ in se dotika premice $5x + 12y - 10 = 0$.

3. Naj bo podan polinom $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ z ničlami x_1, x_2 in x_3.

   (a) Izrazi $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ s koeficienti polinoma $p(x)$.

   (b) Za $a = 3$, $b = -4$ in $c = -6$ poišči vse ničle polinoma $p(x)$.

4. Zapiši enačbo normale na graf funkcije $f(x) = \frac{1-e^{\frac{x}{2}}}{x+1}$ v njenem presečišču z osjo y in poišči tisto točko na normali, ki je od točke $T(3,1)$ najmanj oddaljena.

5. Poišči odvod funkcije
$$F(x) = \int_0^x te^t \, dt \, .$$

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 16. 02. 2010

1. Ali obstaja bijektivna funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsak $x \in \mathbb{R}$ velja

$$f(f(x)) - f(x) = 30x + 2010\,?$$

   Odgovor utemelji.

2. Dokaži, da je polinom $p(x) = (x-2)^{100} + (x-1)^{50} - 1$ deljiv s polinomom $q(x) = x^2 - 3x + 2$.

3. Določi ničle, pole, asimptote, lokalne ekstreme, intervale naraščanja in padanja funkcije

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$$

   ter nariši njen graf.

4. Določi realni števili a in b, da bo funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a+\cos(\pi x)}{b\cdot[x]} & ; \quad x < 2 \\ b+1 & ; \quad x = 2 \\ \left(e^{\frac{1}{2-x}} + b\right)^{-1} & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

   zvezna v točki $x = 2$.
   Opomba: funkcija $[x]$ predstavlja celi del števila x ($[1,99] = 1, [2] = 2, [3,14] = 3$).

5. Poišči odvod funkcije

$$F(x) = \int_0^x t \cdot \sin t \, dt\,.$$

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 15. 06. 2010

1. Naj bo podana funkcija $f : (0,1] \to (0,1)$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n+1}} & ; \quad x = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}_0 \\ x & ; \quad \text{sicer} \end{cases} .$$

   Ali je funkcija f bijektivna? Odgovor utemelji.

2. Določi m v enačbi $x^4 + mx = 3$ tako, da bo za njene rešitve x_1, x_2, x_3, x_4 veljalo:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = -3\,.$$

3. Naj bodo a, b, c, d realna števila, večja od 1. Izračunaj vrednost izraza:

$$a^{\log_b c} \cdot b^{\log_c d} \cdot c^{\log_d a} \cdot d^{\log_a b}\,,$$

   če velja, da je $\log_b a \cdot \log_d c = 1$.

4. Zapiši tangente krivulje $y = \frac{\sin x}{1-\cos x}$, ki so vzporedne premici $x + 2y = 3$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 14. 09. 2010

1. Dani naj bosta funkciji $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} e^x & ; \quad x < 0 \\ |x-1| & ; \quad x \geq 0 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} x+1 & ; \quad x < -1 \\ x^2 - 1 & ; \quad -1 \leq x < 1 \\ 0 & ; \quad x \geq 1 \end{cases} .$$

   Določi predpis funkcije $f \circ g$ in njeno zalogo vrednosti.

2. Naj bosta $f : B \to C$ in $g : A \to B$ surjektivni funkciji. Dokaži, da je tudi $f \circ g : A \to C$ surjektivna funkcija.

3. Poišči vsa realna števila x, za katera je vrednost izraza

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} + \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x+1}{2}$$

   celo število. **Pomoč:** oglej si definicijsko območje izraza.

4. (a) Poišči vse tangente na graf funkcije $f(x) = x\left(-x^2 + 6x + 15\right)$, ki so vzporedne abscisni osi.
   (b) Dokaži, da je

$$\int_{-1}^{1} \frac{x\, dx}{2^x + 2^{-x}} = 0 .$$

Naloge so enakovredne.