Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 02. 02. 2011

1. Naj bo $\mathbb{R}[X]$ množica vseh polinomov z realnimi koeficienti. Definirajmo funkcijo $F : \mathbb{R}[X] \to \mathbb{R}[X]$ s predpisom
$$(Fp)(x) = x \cdot p(x)\,.$$
Pokaži, da je funkcija F injektivna. Naj bo $A \subseteq \mathbb{R}[X]$ množica vseh konstantnih polinomov. Določi prasliko $F^{-1}(A)$ in s pomočjo tega rezultata ugotovi, ali je funkcija F surjektivna.

2. Določi enačbo krožnice, ki gre skozi točko $A(4,1)$ in ima središče v presečišču premic $3x - 2y + 4 = 0$ in $2x - y + 3 = 0$.

3. (a) Poišči vse pare števil x in y, ki rešijo enačbo:
$$\sqrt{\arcsin\left(\frac{x}{x+1}\right)} + \ln(1 + |y|) = 0\,.$$
Utemelji svojo trditev.
   (b) Reši enačbo:
$$\cos^2 x + \sin x \cos x = 1\,.$$

4. Poišči enačbo tangente in normale na graf funkcije $f(x) = \frac{e^{x^2}+1}{\ln(x+e)}$ v njenem presečišču z osjo y. Poišči tudi tisto točko na normali, ki je od izhodišča koordinatnega sistema najmanj oddaljena.

5. Izračunaj ploščino lika L, ki ga omejujeta grafa funkcij $f(x) = -x^2+2$ in $g(x) = |x|$. Kolikšen je volumen vrtenine, ki jo dobimo, če lik L zavrtimo okoli osi x za kot 2π?

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 15. 06. 2011

1. Funkcija f je strogo naraščajoča, če za poljubna $x_1, x_2 \in D_f$ velja: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Dokaži, da je vsaka strogo naraščajoča funkcija injektivna. Ali velja tudi obrat te izjave? Odgovor utemelji.

2. Naj bo $\sin(x) = \frac{4}{5}$ in $\sin(y) = \frac{5}{13}$, kjer je $0 < x < \frac{\pi}{2}$ in $\frac{\pi}{2} < y < \pi$. Natančno izračunaj $\cos(x+y)$.

3. Seštej:

   (a) $\ln(\tan 1°) + \ln(\tan 2°) + \ln(\tan 3°) + \ldots + \ln(\tan 89°)$ in

   (b) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \frac{5}{5^5} + \frac{8}{5^6} + \ldots$.

4. Zapiši enačbo normale na krivuljo $y = x^2 + e^{2x} + 3x$ v njenem presečišču z ordinatno osjo.

5. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji $xy = 6$ in $x + y - 7 = 0$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 29. 06. 2011

1. Naj bo $f : A \to A$ funkcija, pri čemer je število elementov množice A enako n, $n \in \mathbb{N}$. Dokaži, da je funkcija f injektivna natanko tedaj, ko je surjektivna.

2. Poišči vse realne rešitve neenačbe $\left|\frac{x-2}{x-6}\right| > 1$.

3. Izračunaj:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$,

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+5}{n+3}\right)^n$.

4. Določi asimptote, pole, izračunaj ničle in s pomočjo pomena prvih dveh odvodov skiciraj graf funkcije
$$f(x) = \frac{x-2}{x^2}\,.$$

5. Izračunaj:

   (a) $\displaystyle\int xe^{4x}dx$,

   (b) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^2+2x+5}dx$.

Naloge so enakovredne.

Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

IZPIT IZ ELEMENTARNIH FUNKCIJ

Maribor, 07. 09. 2011

1. Naj bo podana funkcija $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ s predpisom
$$f(x) = \int_0^\pi \sin(xy)\, dy\,.$$
Poišči ničle in ekstreme funkcije f.

2. Dana je funkacija $f(x) = \cos\left(x - \frac{7\pi}{6}\right)$. Natančno (brez uporabe žepnega računala) izračunaj $f(x_1)$, če je $\cos(x_1) = -\frac{\sqrt{6}}{3}$ in $\frac{\pi}{2} < x_1 < \pi$.

3. Dokaži, da za vsa realna števila x in y velja neenakost
$$\cos\left(x^2\right) + \cos\left(y^2\right) - \cos\left(xy\right) < 3\,.$$

4. Dana je funkcija $f(x) = (2x + 1)e^{2x}$
   (a) Zapiši enačbo normale na graf funkcije f v točki $x = 0$.
   (b) Poišči ekstreme funkcije f.

5. Izračunaj volumen rotacijskega telesa pri vrtenju krivulje grafa funkcije
$$f(x) = \sqrt{4xe^{2x}}$$
okoli osi x na intervalu $[0, 1]$.

Naloge so enakovredne.