Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika 1. stopnja

1. SKLOP DOMAČIH NALOG PRI PREDMETU ELEMENTARNE FUNKCIJE

Rok oddaje: 9. 11. 2015 (na prvem delnem izpitu)

1. Naj bo $A = \{f \mid f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ funkcija}\}$. Podana je preslikava

$$F : A \to \mathbb{R}$$
$$F : f \mapsto f(0).$$

   (a) Ugotovi, ali je F injektivna oz. surjektivna. Svoje trditve dokaži ali s protiprimerom ovrži.

   (b) Ali je funkcija F, zožena na množico $B = \{\ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = 2x + b, b \in \mathbb{R}\}$ injektivna oz. surjektivna? Odgovor utemelji.

2. Naj bo podana funkcija $f : (0, 1] \to (0, 1)$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n+1}}; & x = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N} \cup \{0\} \\ x; & \text{sicer} \end{cases}$$

   Ali je funkcija f bijektivna? Odgovor utemelji.

3. Naj bo $f : A \to B$ funkcija. Poišči pare (število,črka) ekvivalentnih trditev.

   (1) $f(A) = B$,

   (2) za vse elemente $a_1, a_2 \in A$ iz pogoja $f(a_1) = f(a_2)$ sledi $a_1 = a_2$,

   (3) funkcija f je bijektivna,

   (4) $f^{-1}(C)$, kjer je $C \subseteq B$,

   (5) funkcija f je injektivna,

   (A) obstaja funkcija f^{-1},

   (B) funkcija f ni ne injektivna ne surjektivna,

   (C) funkcija f je surjektivna,

   (D) $\{f(a) \mid a \in A\}$,

   (E) množica vseh elementov iz množice A, katerih slike s preslikavo f ležijo v množici C,

   (F) za vse $a_1, a_2 \in A$ iz pogoja $a_1 \neq a_2$ sledi $f(a_1) \neq f(a_2)$.

4. Naj bosta $f : A \to B$ in $g : B \to C$ funkciji. Dokaži: če je funkcija $g \circ f$ injektivna in f surjektivna, potem je g injektivna.

5. Določi supremum, infimum, minimum in maksimum (če obstajajo) množice

$$\left\{ \frac{m - 2m^2}{m^2 + 4} \mid m \in \mathbb{N} \right\}.$$

6. Razišči medsebojno lego premice $x - 2y - 10 = 0$ in elipse $5x^2 + 2y^2 = 8$.