Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika, 1. stopnja

Prvi delni test pri predmetu

TEORIJA MNOŽIC

Maribor, 5. 5. 2015

1. **[20]** Naj bodo A, B in C poljubne množice. S pomočjo izjavnega računa dokaži enakost
$$(C \cap (A \cup B)) \setminus A = (C \cap B) \setminus A.$$

2. **[25]** Za vsak $n \in \mathbb{N}$ naj bo $A_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -n \leq x < 1 + \frac{1}{n} \ \wedge \ -\frac{1}{n} \leq y \leq \frac{1}{n}\}$. Izračunaj
$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$$
in svoj odgovor utemelji tako, da dokažeš obe inkluziji.

3. **[25]** Naj bosta X in Y neprazni množici ter $f : X \longrightarrow Y$ injektivna funkcija.
   (a) Dokaži, da za vsako podmnožico A množice X velja $f^{-1}(f(A)) = A$.
   (b) Naj bo funkcija $F : \mathcal{P}(Y) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$ definirana s predpisom $F(B) = f^{-1}(B)$ za $B \in \mathcal{P}(Y)$. Dokaži, da je F surjektivna funkcija.

   Opomba: za $g : X \longrightarrow Y$ in $Z \subseteq Y$, je $g^{-1}(Z) = \{x \in X \mid g(x) \in Z\}$.

4. **[30]** Naj bo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < e^x\}$ in $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > y^2\}$. Skiciraj obe množici in eksplicitno opiši eno bijektivno funkcijo $f : A \longrightarrow B$. Utemelji, zakaj je definirana funkcija res bijekcija!

Čas reševanja je **90 minut.**

Navodila:

- *Ugasni in odstrani mobilni telefon.*
- *Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj ni dovoljena.*
- *Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljtve ne bodo točkovani.*
- *Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.*
- *Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, matematični priročnik in en ročno zapisan list s formulami.*