

# ELEMENTARNE FUNKCIJE

## Vaje - 7. sklop: Polinomi

---

### Naloge na vajah

1. Dani so polinomi s predpisi  $p_1(x) = x^{100} + x^{99} + x + 1$ ,  $p_2(x) = x^{100} - x^{98} + x^{101} - 2$  in  $p_3(x) = x^{100} - x^{55} - 2x$ . Določi stopnje polinomov
  - (a)  $p_1^2 + p_3^2$ ,
  - (b)  $(3p_1 - 2p_2)^2$ ,
  - (c)  $(p_1 - p_3)^3$ .
2. Polinom  $p(x)$  deli s polinomom  $q(x)$ . Zapiši dobljeni kvocient  $k(x)$  in ostanek  $o(x)$ . Pri tem velja:
  - (a)  $p(x) = 22x^6 - 53x^4 - 17x^2 + 30$  in  $q(x) = 2x^4 - 5x^2$ ,
  - (b)  $p(x) = 5x^7 - 3x^4 + 2x^2 - 3$  in  $q(x) = 2x^2 - x + 1$ .
3. Pokaži, da sta pri deljenju poynomov kvocient in ostanek enolično določena.
4. Če polinom  $p$  deliš z  $x - 2$  dobiš ostanek 3, če pa ga deliš z  $x + 3$ , dobiš ostanek -7. Kolikšen je ostanek, če  $p$  deliš z  $(x - 2)(x + 3)$ ?
5. Pri katerih vrednostih realnega števila  $a$  je polinom  $p(x) = x^4 + x^2 + a$  deljiv s polinomom  $q(x) = x^2 + x + a$ .
6. Pri katerih vrednostih parametra  $m$  je vsota dveh ničel polinoma  $p(x) = x^4 - 8x^3 + mx^2 - 8x - 3$  enaka vsoti drugih dveh ničel?
7. Če polinom  $p(x) = -2x^5 + mx^4 - 8x^3 + mx^2 - 1$  deliš s polinomom druge stopnje  $q(x)$ , dobiš kvocient  $k(x) = -x^3 + nx^2 - 2x + 1$  in ostanek  $r(x) = nx - 2$ . Izračunaj  $m$  in  $n$  ter omenjene polinome.
8. Zapiši ničle, začetno vrednost in skiciraj približen graf polinoma:
  - (a)  $p(x) = x^5 - 2x^4 - x^3 + 2x^2$ ,
  - (b)  $p(x) = 10x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 4$ ,

### Domače naloge

1. Določi realna števila  $a, b, c, d$  in  $e$  tako, da bosta polinoma  $p(x) = (b - 1)x^5 + (c + 2)x^4 + 2ex^3 - dx^2 - a + b$  in  $q(x) = (a - b - c)x^5 + (b - 2a)x^4 + 2dx^3 + 2c - 3$  enaka.
2. Polinom  $p$  delimo s polinomom  $q(x) = (x - a)(x - b)$ ,  $a \neq b$ , in dobimo ostanek  $Ax + B$ . Izrazi  $A$  in  $B$ .
3. Dan je polinom  $p(x) = x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 44x - 30$ .
  - (a) Med polinomi  $q(x) = ap(x)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , izberi tistega, ki ima v točki 1 vrednost 12.
  - (b) Izračunaj presečišče grafa polinoma  $r(x) = -\frac{1}{6}p(x)$  in premice  $y = 5x + 5$ .
4. Dan je polinom  $p(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ .

- (a) S katerim polinomom je potrebno deliti polinom  $p$ , da pri tem dobimo kvocient  $x^2 - x + 1$  in ostanek  $-3x + 3$ .
- (b) Poišči vse razcepe polinoma  $p$  na produkt dveh polinomov druge stopnje z realnimi koeficienti z vodilnim koeficientom 1.
- (c) Zapiši polinom  $q$ , če je  $q(x - 1) = p(x)$ .
5. Med vsemi polinomi tretje stopnje z vodilnim koeficientom 1 poišči tistega, ki pri deljenju z  $x + 1$  da ostanek 1, pri deljenju z  $x^2 + 1$  pa ostanek 2.
6. Določi ničle in približno skiciraj grafa polinomov:
- (a)  $p(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ ,
- (b)  $p(x) = 3x^4 + 4x^3$ .
- (c)  $p(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2 - 2x - 2$ ,
- (d)  $p(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ .