Vaje 2: Matematična indukcija

Kadar naloga od nas zahteva, da preverimo, če neka trditev velja za vsako naravno število n, lahko uporabimo princip matematične indukcije:
Preverimo naslednji točki:

- Preverimo, če trditev velja za število 1 oziroma za prvo smiselno naravno število.
- Preverimo, če velja: če trditev velja za n, potem velja tudi za $n+1$.

Če sta obe zgornji točki izpolnjeni, trditev velja za vsako naravno število n.

Naloge

1. Dokaži, da za vsako naravno število n velja: $1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.
2. Dokaži, da za vsako naravno število n velja: $1+3+\ldots+(2n-1)=n^2$.
3. Naj bo $q\neq 1$. Dokaži, da za vsak $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$ velja: $a+aq+\ldots+aq^n=a\frac{q^{n+1}-1}{q-1}$.
4. Dokaži, da za vsako naravno število n velja: $1\cdot 1!+2\cdot 2!+\ldots+n\cdot n!=(n+1)!-1$.
5. Dokaži, da za vsako naravno število n velja: $3|5^n+2^{n+1}$.
6. Dokaži, da za vsako naravno število n velja: $133|11^{n+1}+12^{2n-1}$.