

ODVOD (2. skupina nalog)

1. S pomočjo L'Hospitalovega pravila izračunaj naslednje limite:

a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$, $n \in \mathbb{N}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[5]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2x + 1} \right) \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

2. S pomočjo logaritmiranja in uporabe L'Hospitalovega pravila izračunaj naslednje limite:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{1-x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

3. Upoštevaj pomen prvih dveh odvodov in čim natančneje skiciraj grafe naslednjih funkcij:

a) $f(x) = 3x^4 + 4x^3$

b) $f(x) = \frac{3(x^3 + x^2)}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$

d) $f(x) = \sqrt{1+x^2} + 2x$

e) $f(x) = x(x+1)^{\frac{2}{3}}$

f) $f(x) = xe^{3x+1}$

g) $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$

h) $f(x) = x \ln^2 x$

i) $f(x) = 2\sqrt{x}(1 - \ln x)$

j) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{\sin x} \right)$

k) $f(x) = \cos^2 x - \cos x$.

Pri nalogi k) upoštevaj samo pomen prvega odvoda.