ZAPOREDJA

1. Zaporedje je podano s splošnim členom $a_n = \dfrac{2n-3}{n+1}$. Ugotovi, od katerega člena dalje se vsi členi zaporedja nahajajo v ε-okolici limite, če je $\varepsilon = 5{\cdot}10^{-3}$.

2. Pokaži, da so podana zaporedja konvergentna in izračunaj njihove limite.

   a) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

   b) $a_n = \dfrac{2}{(3n-2)(3n+1)}$

   c) $a_1 = 3\,,\quad a_{n+1} = \dfrac{1}{4}a_n + 1\,,\quad n \geq 1$

   d) $a_n = \dfrac{n^3}{2^n}$

   e) $a_n = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}_{\text{n korenov}}$

   f) $a_n = \dfrac{2^n + 3^n}{5^n}$

3. Izračunaj naslednje limite:

   a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(2n+3)^5}{(n-7)(n^2-5)(n^2+3)}$

   b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-n+2}{1+2+\ldots+n}$

   c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{n^3+16}$

   d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\right)$

   e) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}+\sqrt[3]{n}+\sqrt[4]{n}}{\sqrt{9n+1}}$

   f) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1+2\cdot 10^n}{5+3\cdot 10^n}$

   g) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$

   h) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$

   i) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(n^2-n+1)}{\ln(n^5+5n+1)}$

   j) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(n^2(n+\sqrt[3]{1-n^3})\right)$.

4. Zapiši splošni člen zaporedja (a_n) ter ugotovi, ali v $\mathbb{R}$ obstajajo: limita, natančna spodnja meja, natančna zgornja meja in stekališča zaporedja (a_n).

   a) $(a_n) = (1, 4, 2, 2, 4, 2, 3, 4, 2, 4, 4, 2, \ldots)$

   b) $(a_n) = (5, -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1, \ldots)$

   c) $(a_n) = (1, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{4}, 5, \frac{1}{6}, 7, \ldots)$

5. a) Poišči zaporedje, ki ima natanko 5 stekališč.

   b) Poišči zaporedje, čigar množica stekališč je $\mathbb{N}$.

6. Ugotovi, ali je podano zaporedje konvergentno. Če je, izračunaj njegovo limito, sicer določi vsa njegova stekališča.

   a) $a_n = 2 + 2(-1)^n$ b) $a_n = 5 + \dfrac{2}{n^2}(-1)^n$ c) $a_n = (-1)^n\left(1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$

   d) $a_n = (-1)^n \dfrac{n-1}{n+1}\cos(n\pi)$ in $b_n = (-1)^n a_n$ e) $a_n = \dfrac{n}{n+1}\sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)$.

7. Pokaži, da je zaporedje podano z $a_1 = \dfrac{1}{3}$, $a_{n+1} = \dfrac{1}{3 + a_n}$, konvergentno.