

Izpit pri predmetu Analiza I
26. 6. 2019

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji ter jih jasno in nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [25] V kompleksni ravnini skiciraj množico točk.

(a) [10] $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |2z - iz + 1| \leq \sqrt{20}\}$.

(b) [15] $B = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z^3) > 0 \wedge 1 \leq z^3 \bar{z}^3 \leq 8\}$.

2. [25] Ali je zaporedje $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je podano s splošnim členom

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} + \frac{1}{\sqrt{(n+1)(n+2)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{(2n-1)2n}},$$

konvergentno?

3. [25]

(a) [10] Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1 - \frac{1}{n+1})^n + \ln n}{n^2 + n}.$$

(b) [15] Poišči vsa neničelna realna števila x , za katera vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{x^{n^2}},$$

konvergira.

4. [25] Naj bo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strogo padajoča zvezna funkcija. Dokaži, da obstaja $a \in \mathbb{R}$, za katerega velja $f(a) = a$.