

**Izpit pri predmetu Analiza I**  
**3. 2. 2020**

---

**Navodila:** Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji ter jih jasno in nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

---

1. [25] Naj bo  $w = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ . Reši enačbo

$$z^7 + wz^5 + w^2z^3 + w^3z = 0.$$

Rešitve enačbe tudi nariši v kompleksni ravnini.

2. **[25]** V odvisnosti od  $x \in [0, 3]$  preuči konvergenco zaporedja  $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , ki je podano rekurzivno

$$a_1 = x, \quad a_{n+1} = \frac{(9 - a_n)a_n}{6} \quad \text{za vsak } n \in \mathbb{N}.$$

V vseh primerih, ko je zaporedje  $a$  konvergentno, zapiši še njegovo limito.

3. [25] Poišči vsa realna števila  $x$ , za katere konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^{2n} + n}.$$

4. **[25]** Ali obstaja tak polinom  $p$  druge stopnje, katerega graf ima teme na ordinatni osi, da bo funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi(\sqrt[3]{10+2x}+2x)} & ; \quad x < -1 \\ p(x) & ; \quad -1 \leq x \leq 2 \\ (2x - 3)^{\frac{1}{\ln(x-1)}} & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

zvezna? Če obstaja, ga poišči.

Nalogo reši brez uporabe odvoda.