

Izpit pri predmetu Analiza I
5. 2. 2019

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji ter jih jasno in nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepevedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [25] V kompleksni ravnini natančno nariši množico vseh kompleksnih števil z , za katera velja, da je vsota razdalj med z in i ter z in $-i$ manjša ali enaka enaka $2\sqrt{2}$.
2. [25] Zaporedje a je podano na naslednji način

$$a_1 = 1, \quad a_n = \ln(n + \ln(a_{n-1})) \quad \text{za vsak } n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}.$$

Ali je zaporedje konvergentno? Utemelji!

3. [25] Preuči konvergenco vrst

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + n - 2}}{\sqrt{n^2 + 3n + 2}},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{2n^3 + 1}}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj njeno vsoto.

4. [25] Poišči vse točke zveznosti in nezveznosti funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{2-2^x}} & ; \quad x > 1 \\ 2\pi|x| & ; \quad -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{\cos(\frac{\pi x}{2})}{\sqrt[3]{x^3 - 7} + 2} & ; \quad x < -1. \end{cases}$$

Opomba: nalogo reši brez uporabe odvoda.