

Test pri predmetu Analiza I
5. 6. 2020

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji ter jih jasno in nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je **120** minut.

1. **[25]** Preuči konvergenco vrst

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{(n^2 + 4n + 3)^2},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - n}{\sqrt{n^3 + n}}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj njeno vsoto.

2. **[25]** Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \ln \left(\arcsin \left(\frac{3+x}{3x-1} \right) \right).$$

Izračunaj naravno definicijsko območje funkcije f in izračunaj kompozitum $g \circ f$,

$$\text{kjer je } g(x) = \begin{cases} e^x & ; \quad x < \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ e^{-x} & ; \quad x \geq \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}.$$

3. **[25]** Naj bodo $f_1, f_2, f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zvezne funkcije. Ali je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je za vsak $x \in \mathbb{R}$ definirana s predpisom $g(x) = \min\{f_1(x), f_2(x), f_3(x)\}$, zvezna? Utemelji!

(Namig: najprej dokaži, za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $\min\{a, b\} = \frac{a+b-|a-b|}{2}$).

4. **[25]** Naj bo $o > 0$. Med vsemi enakokrakimi trikotniki z obsegom o izračunaj dolžine stranic tistega trikotnika, ki ima največjo ploščino.