

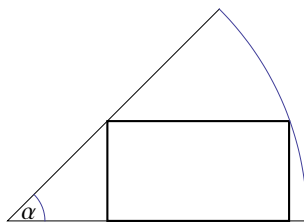
**1. delni test pri predmetu Analiza II**  
**7. 12. 2018**

**Navodila:** Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. **[25]** Naj bo  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezno odvedljiva funkcija. Denimo, da velja  $f(0) = f(2) = 0$  in  $f(1) = 2$ . Dokaži, da obstaja  $c \in (0, 2)$ , da je  $f'(c) = 1$ .
2. **[25]** S pomočjo prvega in drugega odvoda čim bolj natančno nariši graf funkcije  $f$ , ki je podana s predpisom

$$f(x) = x + \arctan\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right).$$

3. **[25]** Naj bo  $\ell$  krožni izsek s polmerom  $r$  in središčnim kotom  $\alpha$ , kjer je  $\alpha$  ostri kot. Poišči pravokotnik z največjo ploščino, ki ga lahko včrtamo v krožni izsek  $\ell$  tako, da ena njegova stranica leži na kraku kota  $\alpha$ , eno njegovo oglišče pa na krožnem loku.



Slika 1: Naloga 3.

4. **[25]** Izračunaj

(a)  $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) \, dx,$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{9n^4 - 1}} + \frac{2}{\sqrt{9n^4 - 16}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{9n^4 - n^4}} \right).$