

**Izpit pri predmetu Analiza II**  
**4. 2. 2020**

---

**Navodila:** Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

---

1. **[20]** Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana z enačbo  $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$ . Poišči vse točke na krivulji  $\mathcal{K}$ , v katerih je tangenta na krivuljo  $\mathcal{K}$  pravokotna na simetralo lihih kvadrantov.

2. **[20]** Naj bo funkcija  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna na  $[0, 1]$ , odvedljiva na  $(0, 1)$  ter naj velja  $\lim_{x \downarrow 0} f'(x) = a$ , za nek  $a \in \mathbb{R}$ . Dokaži, da v točki 0 obstaja desni odvod funkcije  $f$  in je enak  $a$ .

3. [20] Izračunaj

$$\int \ln^3(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx.$$

4. [20] Ali konvergira integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x \sqrt[3]{x^2 - 1}} dx?$$

Če konvergira, ga izračunaj.

5. [20] Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n3^n + 3^{n+1}}.$$