

2. delni test pri predmetu Analiza IV
25. 1. 2019

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [25] Krivulja \mathcal{K} je podana parametrično $\vec{r}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t).$$

- (a) Krivuljo \mathcal{K} parametriziraj z naravnim parametrom.
(b) Izračunaj središče pritisnjene kroga krivulje \mathcal{K} v točki $T(1, 0, 1)$.
2. [25] Naj bo \mathcal{K} krivulja v prostoru \mathbb{R}^3 podana takole $(x^2 + y^2)^2 = 4x^2 + y^2$, $z = 0$. Ploskev \mathcal{P} nastane tako, da krivuljo \mathcal{K} zavrtimo okoli osi x .
- (a) Skiciraj in parametriziraj ploskev \mathcal{P} .
(b) Pod katerim kotom se sekajo koordinatne krivulje? Računsko utemelji.

3. [25] Naj bo $a > 0$. Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev $x^2 + y^2 = a^2$ in $z = xy$. Krivulja \mathcal{K} je orientirana tako, da je projekcija krivulje \mathcal{K} na ravnino $z = 0$ orientirana pozitivno. Izračunaj

(a) $\int_{\mathcal{K}} \sqrt{a^4 + x^2 + y^2 - 4z^2} \, ds,$

(b) $\int_{\mathcal{K}} x \, dx + y \, dy + (x^2 - y^2) \, dz.$

4. [25] Naj bo $\vec{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\vec{F}(x, y, z) = (0, y^2, 0)$ vektorsko polje in naj bo G telo, določeno z neenakostima $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $y \geq 0$. Rob ∂G telesa G orientiramo z zunanjo normalo. Integral $\iint_{\partial G} \vec{F} \cdot d\vec{P}$ izračunaj

- (a) neposredno;
(b) s pomočjo Gaussovega izreka.