

1. delni test pri predmetu Analiza IV
18. 11. 2019

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je **120 minut**.

1. **[25]** Naj bo $a > 0$. Izračunaj ploščino območja, ki ga omejuje krivulja \mathcal{K} z enačbo

$$(x^2 + y^2)(y^2 + x(x + a)) = 4axy^2.$$

Krivuljo \mathcal{K} tudi skiciraj.

2. [25] V sfernih koordinatah je podan trojni integral

$$I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin\theta}}^2 \cos\theta \, dr.$$

- (a) Skiciraj integracijsko območje v kartezičnih koordinatah in trojni integral I zapiši v cilindričnih koordinatah.
- (b) Izračunaj trojni integral I .

3. **[25]** Omejeno telo G leži v polprostoru $z \geq 0$ in je določeno z neenačbami

$$x^2 + y^2 \leq \frac{R^2}{4} \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 + z^2 - 4Rz + \frac{11}{4}R^2 \geq 0.$$

Izračunaj težišče homogenega telesa G .

4. **[25]** Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev z enačbama

$$z = 1 - x^2 - y^2 \quad \text{in} \quad z = x^2.$$

- (a) Skriciraj in parametriziraj krivuljo \mathcal{K} .
- (b) Poišči vse točke T na krivulji \mathcal{K} , ki imajo naslednjo lastnost: tangenta v točki T na krivuljo \mathcal{K} seka eno od koordinatnih osi.