

2. delni test pri predmetu Analiza IV
17. 1. 2020

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. **[25]** Krivulja \mathcal{K} je podana parametrično $\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{r}(t) = ((2 + \cos t) \cos t, (2 + \cos t) \sin t, \sin t).$$

- (a) Nariši projekcijo krivulje \mathcal{K} na ravnino z enačbo $z = 0$ in na tej osnovi opiši (skiciraj) krivuljo \mathcal{K} .
- (b) Izračunaj torzijsko ukrivljenost krivulje \mathcal{K} v točki $T(-1, 0, 0)$.

2. **[25]** Krivulja \mathcal{K} je podana parametrično $\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, \sin(2t)).$$

Ploskev \mathcal{P} nastane tako, da skozi vsako točko na krivulji \mathcal{K} potegnemo poltrak z začetkom v koordinatnem izhodišču.

- (a) Parametriziraj ploskev \mathcal{P} .
- (b) Ali obstajajo točke na ploskvi \mathcal{P} v katerih je tangentna ravnina vzporedna z ravnino z enačbo $2x + z = 0$? Če obstajajo, jih poišči.

3. **[25]** Naj bo $a > 0$. Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev z enačbama $z^2 = x^2 + y^2$ in $y + 2z = 1$. Krivulja \mathcal{K} je orientirana tako, da je projekcija krivulje \mathcal{K} na ravnino $z = 0$ orientirana pozitivno. Izračunaj

$$\int_{\mathcal{K}} (x - y)dx + (y - z)dy + (z - x)dz.$$

4. **[25]** Naj bo $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, 0)$ vektorsko polje in naj bo G telo, določeno z neenakostmi $z \geq x^2 + y^2 - 1$, $x^2 + y^2 \leq 1$ in $z \leq 1$. Rob ∂G telesa G orientiramo z zunanjo normalo. Integral $\int_{\partial G} \vec{F} d\vec{P}$ izračunaj

- (a) neposredno;
- (b) s pomočjo Gaussovega izreka.