

Izpit pri predmetu Analiza IV
3. 2. 2020

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. **[25]** Določi in skiciraj integracijsko območje integrala

$$\int_{-3}^3 dy \int_{1-\frac{y^2}{9}}^{\frac{2}{3}\sqrt{9-y^2}} \frac{y^2}{\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right)^{\frac{3}{2}}} dx.$$

V integral uvedi primerno modificirane polarne koordinate in integral izračunaj.

2. [25] Krivulja \mathcal{K} v prostoru \mathbb{R}^3 je podana kot presek ploskev z enačbama

$$x^2 + y^2 = 2y \quad \text{in} \quad z = y^2 - 1.$$

- (a) Parametriziraj in skiciraj krivuljo \mathcal{K} .
- (b) Poišči vsa presečišča krivulje \mathcal{K} z ravnino Π z enačbo $z = 0$. Pod katerim kotom pritisnjena ravnina v teh presečiščih seka ravnino Π ?

3. **[25]** Naj bo $a > 0$. Ploskev \mathcal{P} je podana s parametrizacijo $\vec{r} : [0, \infty) \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{r}(u, v) = (u \cos v, 2 + au^2, u \sin v).$$

- (a) Skiciraj ploskev \mathcal{P} .
- (b) Določi konstanto a tako, da bo tangenta ravnina ploskve \mathcal{P} v točki $T(0, y, 1)$ potekala skozi koordinatno izhodišče.

4. [25] Območje G v \mathbb{R}^3 je določeno z neenakostmi

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad x^2 + y^2 \leq 3z^2 \quad \text{in} \quad z \geq 1,$$

vektorsko polje $\vec{F}(x, y, z) : G \rightarrow \mathbb{R}^3$ pa s predpisom

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{x+y}{z^5}, \frac{x-y}{z^5}, \frac{x^2 y^2}{z^5} \right).$$

Skiciraj območje G in izračunaj pretok vektorskega polja \vec{F} skozi ∂G v smeri zunanje normale.