

Izpit pri predmetu Analiza IV
31. 8. 2020

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. **[25]** Izračunaj volumen in maso telesa, ki ga določa neenakost

$$x^2 + z^2 \leq y \leq 2 - x^2 - z^2,$$

če je $\rho(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2 + z^2}$.

2. **[25]** Krivulja \mathcal{K} je podana kot presek ploskev

$$x^2 + y^2 + 2y = 0 \text{ in } z = 1 - x^2 - y^2.$$

- (a) Parametriziraj in skiciraj krivuljo \mathcal{K} .
- (b) Izračunaj enačbo pritisnjene ravnine na krivuljo \mathcal{K} v točki $T(1, -1, -1)$.
- (c) Ali je krivulja \mathcal{K} ravninska? Utemelji!

3. [25] Ploskev \mathcal{P} je podana s parametrično $\vec{r}: (0, \infty) \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{r}(u, v) = (u^{-4}, u \cos v, u \sin v).$$

- (a) Poišči eksplicitno enačbo ploskve \mathcal{P} in jo nato tudi skiciraj.
- (b) Opiši koordinatne krivulje na ploskvi \mathcal{P} glede na dano parametrizacijo in za poljubno točko $\vec{r}(u, v)$ na ploskvi \mathcal{P} izračunaj kot, pod katerim se sekata koordinatni krivulji skozi to točko.

4. [25] Območje G je podano z neenakostmi

$$x^2 + y^2 \leq z^4, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \quad \text{in } z \geq 0.$$

Izračunaj pretok vektorskega polja $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x - y - z, 2y - x - z, 2z - x - y),$$

skozi ∂G v smeri zunanje normale.