

**Izpit pri predmetih Analiza IV**  
**5. 2. 2019**

---

**Navodila:** Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

---

1. **[25]** Območje  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  je določeno z neenakostima

$$(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}} \leq x^2 y, \quad (x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}} \leq x y^2.$$

Izračunaj ploščino območja  $D$ .

2. **[30]** Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana parametrično  $\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$\vec{r}(t) = (\sin t, \sin t - \cos t, \sin t + \cos t).$$

- (a) Izračunaj enačbo glavne normale v točki  $T(1, 1, 1)$ .

- (b) Izračunaj  $\int_{\mathcal{K}} \sqrt{3 - x^2} \, ds$ .

- (c) Ali obstajajo točke na krivulji  $\mathcal{K}$  v katerih tangenta na krivuljo  $\mathcal{K}$  poteka skozi koordinatno izhodišče? Če obstajajo, jih poišči.

3. **[20]** Naj bo  $R > 0$ . Nadalje, naj bo  $\mathcal{P}$  tisti del ploskve podane z enačbo  $z = y^2 - 2Ry + R^2$ , za katero velja  $x^2 + y^2 \leq 4R^2$ .

- (a) Parametriziraj in skiciraj ploskev  $\mathcal{P}$ .

- (b) Poišči vse točke na ploskvi  $\mathcal{P}$ , za katere velja naslednja lastnost: tangenta ravnina na ploskev  $\mathcal{P}$  v dani točki je vzporedna s premico  $p$ , ki je podana takole  $x = z, y = 0$ .

4. **[25]** Območje  $G$  v  $\mathbb{R}^3$  je določeno z neenakostmi

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 8, \quad x^2 + y^2 + z^2 \geq 3 \quad \text{in} \quad 2z \geq x^2 + y^2.$$

Nariši  $G$  in izračunaj pretok vektorskega polja  $\vec{F}(x, y, z) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\vec{F}(x, y, z) = (2x - y + 2z, 2y - z + 2x, 2z - x + 2y)$  skozi  $\partial G$  v smeri zunanje normale.