

Izpit pri predmetu ELEMENTARNE FUNKCIJE
21. 6. 2017

Navodila:

- Čas reševanja je **120 minut**.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon.
 - Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj **ni dovoljena**.
 - Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor **skrbno utemelji**.
Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
 - Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, A4 list s formulami.
-

1. [20] Podana je preslikava

$$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$F : t \mapsto (2t + 1, t^2).$$

- Ugotovi, ali je F injektivna oziroma surjektivna. Svoje trditve dokaži ali s protiprimerom ovrži.
- Naj bo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 4\}$. Zapiši množico $F^{-1}(D)$ tako, da našteješ vse njene elemente.

2. [20] Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = x^2 + (m + n)x + m - n$, kjer sta m in n neki realni števili.

- Za katere vrednosti parametrov m in n bo funkcija f negativna le na intervalu $(-4, 2)$?
- Za $m = n = -1$ reši neenačbo $|f(x)| < |x| + |x - 2|$.

3. [30] Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \cos x + \sqrt{3} \sin x.$$

- Predpis funkcije f preoblikuj tako, da bo oblike $f(x) = A \sin(wx + \varphi)$, kjer so A, w, φ neka realna števila.
- Za funkcijo f določi definicijsko območje, ničle ter osnovno periodo. Poišči tudi intervale naraščanja in padanja ter klasificiraj stacionarne točke. Določi še intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije f ter njene prevoje.
- Skiciraj graf funkcije f in zapiši njeno zalogo vrednosti.

4. [10] Naj bo funkcija f odvedljiva na nekem odprtem intervalu I . Dokaži trditev: če je funkcija f naraščajoča na intervalu I , potem za vsak $x \in I$ velja $f'(x) \geq 0$.