

Izpit pri predmetu Matrični račun
15. 6. 2020

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji ter jih jasno in nedvoumno podaj. Dovoljena sta največ dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [20] Ravnina Π je podana z enačbo $x = z$, ravnina Σ pa z enačbo $x - y = 2$. Presek ravnin Π in Σ je premica p . Poišči enačbo premice q , ki seka premico p pod pravim kotom in poteka skozi točko $T(0, 1, 0)$.

2. [20] Naj bosta \vec{a} in \vec{b} neničelna linearno neodvisna vektorja v \mathbb{R}^3 . Reši enačbo

$$\vec{a} \times \vec{x} - \vec{x} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}.$$

3. [20] Naj bosta

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Preveri, da je A obrnljiva matrika in reši enačbo

$$A^{-1} X A^T = A^{-1} X + A^{-1} B.$$

4. [20] Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Izračunaj determinanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. [20] Naj bo $A \in M_n(\mathbb{R})$. Dokaži ali ovrzi naslednjo trditev: matrika A je obrnljiva natanko tedaj, ko je obrnljiva matrika A^2 .