

**Izpit pri predmetu Matrični račun**  
**26. 6. 2019**

**Navodila:** Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih jasno ter nedvoumno podaj. Dovoljena sta dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [20] Premica  $p$  je podana z enačbo  $p : 5 - x = y + 2 = 3z + 6$ , premica  $q$  pa z enačbo  $q : x = y + 2 = z - 1$ . Med vsemi premicami, ki sekajo  $q$  in so vzporedne s  $p$ , določi tisto, ki je najbližja  $p$ .
2. [20] Reši matrično enačbo

$$2X + 10A = 10A^T - XA^T$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

3. [20] V odvisnosti od parametra  $a \in \mathbb{R}$  reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay - z &= a \\ x - y + az &= -a^2. \end{aligned}$$

4. [20] Za vsako naravno število  $n$  izračunaj determinanto matrike  $A_n \in M_n(\mathbb{R})$ , definirane z

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-2 & 0 & 0 & \dots & n-2 & 0 & 0 \\ n-1 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-1 & 0 \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \end{bmatrix}.$$

5. [20] Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in naj bosta  $A, B \in M_n(\mathbb{R})$  obrnljivi matriki. Dokaži ali ovrzi naslednji trditvi.
  - (a) Matrika  $A + B$  je obrnljiva in velja formula  $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ .
  - (b)  $\det(A^{-1}B^T A^T B^{-1}) = 1$ .