

Izpit pri predmetu Matrični račun
30. 1. 2019

Navodila: Pripravi osebni dokument. Ugasni in odstrani mobilni telefon. Piši čitljivo, vse odgovore natančno utemelji in jih nedvoumno podaj. Dovoljena sta dva A4 lista s formulami in priročnik, rešene naloge so prepovedane. Čas reševanja je 120 minut.

1. [20] Zapiši enačbo premice, ki je vzporedna z ravnino z enačbo $2x + z = 2$ in gre skozi točko $T(1, 0, 1)$ ter seka premico z enačbo $\frac{x-1}{2} = y = z - 2$.
2. [20] Reši matrično enačbo

$$XA = 2X + B^T,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. [20] V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ reši sistem enačb

$$\begin{aligned} ax + y - z &= 1 \\ -x + ay + z &= 1 \\ x + y + az &= a. \end{aligned}$$

4. [20] Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Izračunaj determinanto matrike $A \in M_n(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & -2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

5. [20] Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in naj bosta $A, B \in M_n(\mathbb{R})$. Dokaži, če je $A+B$ obrnljiva matrika, tedaj je

$$A(A+B)^{-1}B = B(A+B)^{-1}A.$$