

Izpit

Analitični pristopi v geometriji

Maribor, 16. 2. 2017

Razporeditev točk po nalogah: 20 + 25 + 25 + 30 (12+6+12).

1. Dani sta točki $A(2, 2)$ in $B(5, 1)$. Pri dani točki $T(x_0, y_0)$ v ravnini naj bo U_T točka, ki daljico BT deli v razmerju $2 : 5$.
 - (a) Določi in skiciraj množico točk T v ravnini, za katere točka U_T leži na simetrali daljice AB .
 - (b) Določi in skiciraj množico točk T v ravnini, za katere je AU_TT pozitivno orientiran trikotnik s ploščino 5.

2. Dana je stožnica z enačbo

$$-5X^2 + 26XY - 5Y^2 - 4XZ - 76YZ + 28Z^2 = 0.$$

Z uporabo teorije polov in polar poišči enačbi obeh tangent na to stožnico skozi točko $T_0 = 0 : 2 : 1$. Določi tudi dotikališči teh dveh tangent s stožnico.

3. Točke a, b, c v kompleksni ravnini so oglišča trikotnika abc s težiščem g . Naj bo $\omega = e^{\frac{2\pi i}{3}}$ primitivni tretji koren enote.

(a) Dokaži enakosti $\frac{\omega-1}{\omega+2} = \omega$ in $\frac{2\omega+1}{\omega+2} = -\omega^2$.

(b) Z uporabo kompleksnih števil dokaži: Trikotnika bcg in $1\omega 0$ sta direktno podobna ($\Delta bcg \sim \Delta 1\omega 0$) natanko tedaj, ko je abc pozitivno orientiran enakostraničen trikotnik.

4. V ravnini je dan trikotnik ABC s stranicami a, b, c . Premici p in q v tej ravnini sta podani s trilinearnima enačbama $a^2\alpha - b^2\beta + c(a - b)\gamma = 0$ in $a^2\alpha + b^2\beta + c(a + b)\gamma = 0$.
- (a) Dokaži, da se premici sekata pod pravim kotom in določi trilinearne koordinate njunega presečišča.
 - (b) Določi trilinearne koordinate presečišč T_a in T_b premice p z nosilkama stranic a in b .
 - (c) Izračunaj dolžini daljic BT_a in AT_b in na tej podlagi opiši, kako bi pri danem trikotniku ABC narisali premico p .