

# ELEMENTARNE FUNKCIJE

## Vaje - 10. sklop: Odvod

---

### Naloge na vajah

- Po definiciji izračunaj odvod funkcije  $f(x) = \sqrt{x}$ .
- Izračunaj odvode funkcij:
  - $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$
  - $f(x) = (2x^{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{4x+1})^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$
  - $f(x) = \ln(\cos x) \sin(2x)$
  - $f(x) = x^x$
  - $f(x) = \frac{\arctan x}{\arcsin(x^2)}$
- Dana je funkcija s predpisom  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$ . Zapiši enačbe vseh tangent na graf funkcije  $f$ , ki so vzporedne premici z enačbo  $2x + y - 1 = 0$ .
- Podani sta funkciji  $f$  in  $g$  s predpisoma  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$  in  $g(x) = ax^2$ . Pri katerih vrednostih realnega števila  $a$  bo tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $x = 1$  hkrati tudi tangenta na graf funkcije  $g$ ?
- Za funkcijo  $f(x) = x^3 - 3x^2$  določi intervale naraščanja in padanja ter klasificiraj lokalne ekstreme. Določi tudi območja konveksnosti in konkavnosti!
- Dokaži, da za vsak  $x \in \mathbb{R}^+$  velja  $\ln(x+1) < x$ .
- Izmed vseh pravokotnikov, ki jih lahko včrtamo v krog s polmerom  $r$ , poišči tistega z največjo ploščino.
- S pomočjo odvoda skiciraj graf funkcije, podane s predpisom
  - $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$
  - $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
  - $f(x) = (2x^2 - 17)(x^2 - 1)^{\frac{2}{3}}$

### Domače naloge

- Dokaži, da za vsak  $x \in \mathbb{R}$  velja  $1 + x \leq e^x$ .
- Podana je funkcija s predpisom  $f(x) = 2 \arcsin(\sqrt{1-2x})$ . Poiči vsa realna števila  $x$ , za katera velja, da je tangenta na  $f$  v točki z absciso  $x$  vzporedna premici  $y + 8x = 5$ .
- Določi in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{3}{x}\right).$$

- Dana je družina funkcij  $f_a(x) = ax^2 + (a-3)x + 2a$ , kjer je  $a \in \mathbb{R}$ . Določi parameter  $a$  tako, da bo premica  $y = -3x + 5$  tangenta na graf funkcije  $f_a$ . Izračunaj tudi dotikališče.

5. Dana je funkcija  $f$  s predpisom

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - 4}.$$

Za funkcijo  $f$  izračunaj definicijsko območje, ničle, asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

6. Dana je funkcija  $f$  s predpisom

$$f(x) = x + \sqrt{1 - x}.$$

Za funkcijo  $f$  izračunaj definicijsko območje, ničle, asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

7. Dana je funkcija  $f$  s predpisom

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{1 - x^2}\right).$$

Za funkcijo  $f$  izračunaj definicijsko območje, ničle, navpične asimptote, stacionarne točke, lokalne ekstreme, območja naraščanja in padanja ter območja konveksnosti in konkavnosti. S pomočjo teh podatkov čimbolj natančno skiciraj njen graf.

8. Dana je funkcija  $f$  s predpisom

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x}.$$

- (a) Za funkcijo  $f$  določi definicijsko območje, ničle in navpične asimptote. Izračunaj tudi  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- (b) Določi intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije  $f$ . Poišči tudi stacionarne točke in jih klasificiraj.
- (c) Skiciraj graf funkcije  $f$  in določi njeno zalogo vrednosti.

9. Iz 9 m žice naredimo model pravilne tristrane prizme z osnovnim robom  $a$  in višino  $v$ . Izračunajte dolžino osnovnega roba tako, da bo prostornina prizme največja.