

Drugi test iz ELEMENTARNIH FUNKCIJ  
14. 12. 2017

Navodila:

- Čas reševanja je **120 minut**.
  - Ugasni in odstrani mobilni telefon.
  - Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj **ni dovoljena**.
  - Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor **skrbno utemelji**.  
Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
  - Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
  - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, A4 list s formulami.
- .....

1. [25] Dana je funkcija  $f$  s predpisom

$$f(x) = \frac{|x^2 + 2x|}{x - 1}.$$

- (a) Predpis funkcije  $f$  zapiši brez znakov za absolutno vrednost, določi njene ničle in asimptote ter skiciraj graf funkcije  $f$ .
- (b) Računsko reši neenačbo  $f(x) < |x + 2|$ .
2. [20] Na daljici  $AB$  dolžine  $a \in \mathbb{R}^+$  izberemo točko  $M$ , ki je  $x$  enot oddaljena od  $A$ . Nato konstruiramo enakokrak trikotnik  $T_1$  z osnovnico  $AM$  ter višino  $\frac{x}{3}$  in na isti strani daljice  $AB$  še enakokrak trikotnik  $T_2$  z osnovnico  $MB$  in višino  $\frac{a-x}{3}$ . Naj bo  $D$  vrh trikotnika  $T_1$  in  $C$  vrh trikotnika  $T_2$ .
- (a) Ploščino štirikotnika  $ABCD$  izrazi kot funkcijo spremenljivke  $x$ .
- (b) Ugotovi, pri kateri vrednosti  $x$  ima štirikotnik  $ABCD$  največjo ploščino in koliko je ta ploščina.
3. [20] Dan je polinom  $p$ , za katerega velja, da je vsota vseh njegovih koeficientov enaka 8. Velja tudi, da je vsota vseh koeficientov pred sodimi potencami ( $1, x^2, x^4, \dots$ ) enaka vsoti vseh koeficientov pred lihimi potencami ( $x, x^3, \dots$ ).
- (a) Dokaži, da je  $-1$  ničla polinoma  $p$ .
- (b) Poišči predpis polinoma  $p$ , če je  $p$  polinom tretje stopnje, ki je deljiv z  $x^2 + 1$ .
4. [25] Naj bosta  $a, b \in \mathbb{R}$ , funkcija  $f_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pa naj bo podana s predpisom

$$f_{a,b}(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ ax + b, & -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{x^2 + ax + 2x + 2a}{x + 2}, & x < -2 \end{cases}.$$

Določi parametra  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija  $f_{a,b}$  zvezna v vsaki točki definicijskega območja. Vse sklepe utemelji!

5. [10] Naj bosta  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  lihi funkciji in naj bo  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  soda funkcija.
- (a) Ugotovi, ali je funkcija  $f \circ g$  soda oziroma liha.
- (b) Ugotovi, ali je funkcija  $f \circ h$  soda oziroma liha.

Vse odgovore utemelji!