

Tretji test iz ELEMENTARNIH FUNKCIJ
19. 1. 2018

Navodila:

- Čas reševanja je **120 minut**.
 - Ugasni in odstrani mobilni telefon.
 - Uporaba knjig in zapiskov iz predavanj ter vaj **ni dovoljena**.
 - Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor **skrbno utemelji**.
Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
 - Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
 - Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, A4 list s formulami.
-

1. **[30]** Podana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x}}.$$

- Zapiši naravno definicijsko območje funkcije f ter poišči njene ničle. Razišči tudi obnašanje funkcije f na robovih definicijskega območja ter s pomočjo dobljenega določi njene asimptote.
- Določi območja naraščanja in padanja ter poišči stacionarne točke. Določi območja konveksnosti in konkavnosti funkcije f ter izračunaj njene prevoje.
- Nariši graf funkcije f in določi njeno zalogo vrednosti.

2. **[20]** Naj bosta $a \in \mathbb{R}^+$, $b \in [0, \pi]$ in naj bo f funkcija s predpisom $f(x) = \tan(ax + b)$.

- Za števili $a = 1$ in $b = \frac{\pi}{4}$ reši neenačbo $f\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq 1$.
- Določi števili a in b tako, da bodo premice $x = \frac{k\pi}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$, predstavljale vse pole funkcije f .

3. **[20]** Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je dana s predpisom $f(x) = \cos x + \cos(\sqrt{2}x)$.

- Reši enačbo $f(x) = 2$.
- Dokaži, da funkcija f ni periodična.

4. **[20]** Podana je funkcija f s predpisom $f(x) = \log_x(10)$.

- Določi naravno definicijsko območje funkcije f in reši enačbo $f(x) = 2 \log_{2x}(10)$.
- Preveri, da je f strogo padajoča na vsakem intervalu, kjer je definirana.

Namig: Uporabi formulo za prehod na novo osnovo logaritma.

5. **[10]** Po definiciji odvoda izpelji odvod funkcije $f(x) = x^3$ v poljubni točki.