

## Prvi delni pisni izpit iz Algebre

5.12.2014

### NAVODILA:

- Čas reševanja je **120 minut**.
- Ugasni in odstrani mobilni telefon.
- Pozorno preberi vsako vprašanje in vsak odgovor skrbno utemelji. Odgovori brez utemeljitve ne bodo točkovani.
- Piši čitljivo; neberljivi odgovori ne bodo točkovani.
- Dovoljeni pripomočki so: kemični svinčnik, svinčnik, radirka, kalkulator, en A4 list s teoretičnimi zapiski.

1. [25] Dokaži, da je za vsak  $n \in \mathbb{N}$  število

$$2^{2^n} + 3^{2^n} + 5^{2^n}$$

deljivo z 19:

2. [25] Skupina dijakov in učiteljev se je odpravila v muzej, v katerem znaša vstopnina za odraslo osebo 10€, za dijaka pa je 40% cenejša od cene vstopnice za odraslega. Za vstopnino so skupaj porabili 156€. Zapiši vse možnosti za število učiteljev in število dijakov v skupini, ki je obiskala muzej.

3. [25] Podan je polinom

$$p(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \in \mathbb{Z}_5[x].$$

- (a) Ugotovi, ali je polinom  $p$  razcepen nad  $\mathbb{Z}_5$ .
- (b) Ugotovi, ali je polinom  $p$  popolnoma razcepen nad  $\mathbb{Z}_5$ . Zapiši razpadno polje polinoma  $p$ .
4. [25] Naj bodo  $x_1, x_2, x_3$  ničle polinoma  $p(x) = -x^3 + ax^2 + x - 1$ . Izračunaj vse možne vrednosti realnega števila  $a$ , za katere bo

$$\frac{x_1}{x_2 + x_3} + \frac{x_2}{x_1 + x_3} + \frac{x_3}{x_1 + x_2} = 0.$$