

Izpit pri predmetu **TEORIJA GRAFOV**
22.2.2024

Čas reševanja je **120 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti!

1. [25] Naj bo G povezan graf, ki premore dominantno množico $S = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$, $k \geq 1$, z naslednjo lastnostjo: $\forall i, j \in \{1, \dots, k\}, i \neq j: N[u_i] \cap N[u_j] = \emptyset$.
 - (a) Dokažite: $\frac{|V(G)|}{|S|} - 1 \leq \Delta(G)$.
 - (b) Za vsako naravno število k konstruirajte povezan graf, ki premore dominantno množico $S = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ za katero velja zgoraj navedeno in dodatno tudi, da je: $\Delta(G) = \frac{|V(G)|}{|S|} - 1$.
2. [25] Povezavni graf $L(G)$ grafa G je graf, katerega vozlišča predstavljajo povezave grafa G ; dve vozlišči grafa $L(G)$ pa sta povezani natanko tedaj, ko sta pripadajoči povezavi v grafu G incidenčni.
 - (a) Dokažite, da za poljuben graf G velja: $\chi(L(G)) = \chi'(G)$.
 - (b) Dokažite naslednjo trditev.
Če je $\alpha(L(G)) = \frac{|V(G)|}{2}$, potem graf G premore popolno prirejanje.
3. [25] Naj bo G r -regularen povezan graf in $|V(G)| = 2r + 1$. Dokažite, da je $\lambda(G) = r$.
4. [25] Dokažite: $R(K_{1,3}, K_4) = 10$.