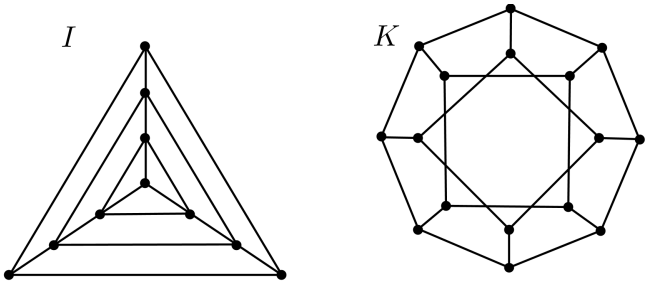
Vaje 7: Barvanje vozlišč in povezav grafov

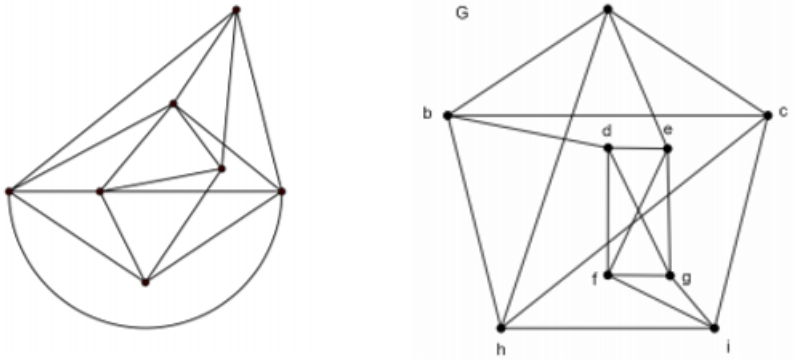
1. Določite kromatični števili grafov I in K, prikazanih na sliki.



2. Naj bo $v \in V(G)$ in naj $G - v$ označuje inducirani podgraf grafa G na množici vozlišč $V(G) - \{v\}$. Dokažite, da velja naslednja trditev. Če je $deg(v) < \chi(G - v)$, potem je $\chi(G) = \chi(G - v)$.

3. Naj bo G poljuben graf z $V(G) = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$. Iz grafa G tvorimo graf G^* z $V(G^*) = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\} \cup \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ tako, da je $E(G) \subseteq E(G^*)$ in vsako vozlišče v_i je povezano z vsemi vozlišči iz $N_G(u_i)$. Povedano drugače, graf G^* dobimo iz grafa G tako, da grafu G dodamo vozlišča $v_1, v_2, \ldots, v_n$ in vsako vozlišče v_i povežemo z vsemi sosedi vozlišča u_i.
Dokažite: $\chi(G^*) = \chi(G)$.

4. Določite kromatična indeksa grafov na sliki.



5. Dokažite, da so 3-regularni Hamiltonovi grafi tipa I.

6. Za vsako naravno število $n \geq 3$ narišite graf, za katerega je $|V(G)| = n$, $\delta(G) = 2$ in $\chi'(G) = 3$.