1. delni izpit pri predmetu **TEORIJA GRAFOV**
20.12.2019

Čas reševanja je **120 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti!

1. **[25]** Naj bo G k-regularen graf z liho mnogo vozlišči. Iz grafa G izbrišimo poljubnih manj kot $\frac{k}{2}$ povezav in tako dobljeni graf označimo z G'. Dokažite, da je $\chi'(G') > \Delta(G')$.

2. **[25]** Naj bo G takšen dvodelni graf, da je njegov povezavni graf $L(G)$ povezan.
   (a) Dokažite, da je $\omega(L(G)) = \chi(L(G))$.
   (b) Konstruirajte neskončno družino dvodelnih grafov G z lastnostjo, da je $L(G)$ barvno kritičen graf.

3. **[25]** Dokažite, da drevo T premore popolno prirejanje natanko tedaj, ko za vsako vozlišče v tega drevesa velja, da je število komponent grafa $T - v$, ki imajo liho število vozlišč, enako številu 1.

4. **[25]** Naj bo F poljubna presečna množica povezav grafa G.
   (a) Dokažite: $|F| = \sum_{v \in V(G_1)} deg_G(v) - 2|E(G_1)|$, kjer je G_1 ena izmed komponent grafa $G - F$.
   (b) Dokažite, da velja naslednje: če je $\delta(G) \geq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$, potem je $\lambda(G) = \delta(G)$. V dokazu lahko uporabite naslednjo trditev, ki je izpeljana iz trditve a): če je $|F| < \delta(G)$ in G_i poljubna komponenta grafa $G - F$ z lastnostjo $|V(G_i)| > 1$, potem je $|V(G_i)| > \delta(G)$.