

Vaje 5: Dominantne množice

1. Dokažite, da je $\gamma(\bar{G}) \leq 2$ za vsak graf G z diametrom vsaj 3.
2. Naj bo G povezan graf z diametrom 2. Dokažite, da je $\gamma(G) \leq \delta(G)$.
3. Naj bo d največje tako število, da obstaja d paroma disjunktne množice množice vozlišč grafa G , za katere velja, da so dominantne množice grafa G . Dokažite: $d \leq \delta(G) + 1$.
4. Dokažite: $\gamma(G \square H) \leq \min\{\gamma(G) \cdot |V(H)|, \gamma(H) \cdot |V(G)|\}$.
5. Množico $D_k \subseteq V(G)$, $k \geq 1$, imenujemo k -dominantna množica grafa G , če ima vsak $x \in V(G) \setminus D_k$ vsaj k sosedov v množici D_k . Z γ_k označimo moč najmanjše k -dominantne množice grafa G .
 - (a) Utemeljite, da za vsak graf G velja naslednja neenakost: $\gamma_k(G) \geq \gamma(G)$.
 - (b) Navedite primer neskončne družine grafov G_i z lastnostjo $\gamma_2(G_i) = \gamma(G_i)$ in primer neskončne družine grafov H_i , za katere bo veljalo $\gamma_2(H_i) > \gamma(H_i)$.
 - (c) Dokažite, da za vsak povezan graf G velja: $\gamma_3(G) \geq \gamma(G) + 1$.