# Vaje 6: Dominantne množice

1. Dokažite, da je $\gamma(\bar{G}) \leq 2$ za vsak graf $G$ z diametrom vsaj 3.

2. Naj bo $G$ povezan graf z diametrom 2. Dokažite, da je $\gamma(G) \leq \delta(G)$.

3. Naj bo $d$ največje tako število, da obstaja $d$ paroma disjunktnih podmnožic množice vozlišč grafa $G$, za katere velja, da so dominantne množice grafa $G$. Dokažite: $d \leq \delta(G) + 1$.

4. Dokažite: $\gamma(G \Box H) \leq min\{\gamma(G) \cdot |V(H)|, \gamma(H) \cdot |V(G)|\}$.

5. Množico $D_k \subseteq V(G)$, $k \geq 1$, imenujemo $k$-dominantna množica grafa $G$, če ima vsak $x \in V(G) \setminus D_k$ vsaj $k$ sosedov v množici $D_k$. Z $\gamma_k$ označimo moč najmanjše $k$-dominantne množice grafa $G$.

   (a) Utemeljite, da za vsak graf $G$ velja naslednja neenakost: $\gamma_k(G) \geq \gamma(G)$.

   (b) Navedite primer neskončne družine grafov $G_i$ z lastnostjo $\gamma_2(G_i) = \gamma(G_i)$ in primer neskončne družine grafov $H_i$, za katere bo veljalo $\gamma_2(H_i) > \gamma(H_i)$.

   (c) Dokažite, da za vsak povezan graf $G$ velja: $\gamma_3(G) \geq \gamma(G) + 1$.