

Izpit pri predmetu OSNOVE TEORIJE GRAFOV

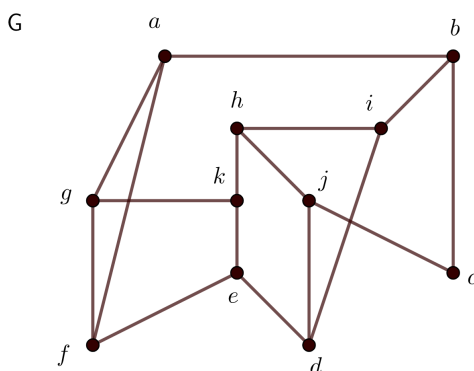
21.12.2023

Čas reševanja je **120 minut**.

Vse odgovore je potrebno utemeljiti!

1. **[25]** Na sliki 1 je prikazan graf G .

- Določite kromatično število grafa G .
- Ali je graf G ravninski?
- Skicirajte takšen podgraf H grafa G z največjim možnim številom vozlišč in povezav, ki ima popolno prirejanje.



Slika 1: Graf G .

2. **[25]** Naj bo T drevo, ki ima dve vozlišči stopnje 4, vsa ostala vozlišča tega drevesa pa so nižjih stopenj.

- Dokažite, da je v drevesu T število listov za 6 večje od števila vozlišč stopnje 3.
- Za vsako naravno število k konstruirajte primer drevesa T , ki ima natanko k vozlišč stopnje 3.

3. **[30]** Za vsako naravno število n definirajmo graf G_n z $V(G_n) = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ in $E(G_n) = \{ab; a + b \geq 6\}$.

- Določite vsa naravna števila $n \geq 4$, za katera so grafi G_n Eulerjevi.
- Določite vsa naravna števila $n \geq 4$, za katera so grafi G_n Hamiltonovi.

4. **[20]** Naj bo G poljuben graf, ki premore povezavo $e = xy$ z naslednjima lastnostima: $\deg(x) = 1$ in $\deg(y) < \Delta(G)$. Dokažite, da je $\chi'(G - e) = \chi'(G)$.