

## Vaje 11: Grafovska Ramseyeva števila

1. Dokažite:  $R(3) = 6$ .
2. Dokažite:  $R(K_{1,4}, K_{1,4}) = 7$ .
3. Dokažite:  $R(3, 4) = 9$ .
4. Pobarvajmo vse povezave grafa  $K_n$  ( $V(K_n) = \{v_1, \dots, v_n\}$ ) z dvema barvama (modro in rdečo). Z  $R_i$  označimo število rdečih povezav, incidentnih z vozliščem  $v_i$ . Dokažite, da je število enobarvnih trikotnikov v grafu  $K_n$  enako številu:  $\binom{n}{3} - \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n R_i \cdot (n - 1 - R_i)$ .
5. Povezave grafa  $K_{2n+1}$  pobarvamo z  $n$  barvami. Dokažite, da vedno dobimo nek enobarvni cikel.