

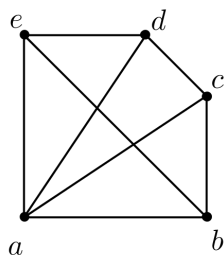
# Osnove teorije grafov

Študijsko leto: 2019/2020

## Vaje 1: Osnovne lastnosti grafov

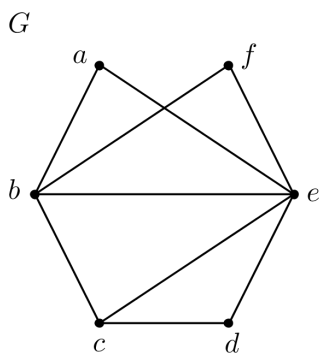
1. Narišite enostaven graf  $G$ , za katerega je  $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $N(1) = \{2, 4\}$ ,  $N(2) = \{1, 3, 4, 5\}$ ,  $\deg(3) = \deg(5) = 1$ . Določite  $\delta(G)$  in  $\Delta(G)$  ter navedite primer dveh povezav, ki nista incidenčni.
2. Narišite enostavne grafe, za katere veljajo naslednje lastnosti.
  - (a) Graf ima štiri vozlišča s stopnjami: 1,2,2,3.
  - (b) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,1,2,3,4.
  - (c) Graf ima pet vozlišč s stopnjami: 1,2,2,4,5.
  - (d) Graf ima šest vozlišč in je 3-regularen.
  - (e) Graf ima pet vozlišč, pet povezav, največja stopnja vozlišč je 4, najmanjša 1.
3. Graf  $G$  je 4-regularen in ima sedem vozlišč. Koliko povezav ima?
4. Dokažite ali ovrzite navedene trditve.
  - (a) Obstaja 3-regularen graf na petih vozliščih.
  - (b) Vsak graf, ki premore kakšno vozlišče lihe stopnje, ima takšnih vozlišč sodo število.
  - (c) Vsak enostaven graf  $G$ ,  $|V(G)| \geq 2$ , ima (vsaj) dve vozlišči iste stopnje.
  - (d) Graf, katerega število vozlišč je enako večkratniku števila štiri in ima liho število povezav, ni regularen.
5. Za vsako naravno število  $n$  definirajmo graf  $G_n$  z  $V(G_n) = \{1, 2, \dots, n\}$  in  $E(G_n) = \{ab; ab \text{ je sodo število}\}$ . Za katera naravna števila  $n$  so grafi  $G_n$  regularni? Utemeljite.
6. Za vsako naravno število  $n \geq 4$  definirajmo graf  $G_n$  z  $V(G_n) = \{1, 2, \dots, n\}$  in  $E(G_n) = \{12, 23, 34\} \cup \{ab; 1 \leq a < b \leq n; a \text{ in } b \text{ dasta pri deljenju s } 4 \text{ enak ostanek}\}$ . Za vsa naravna števila  $n = 4k$ ,  $k > 1$ , izračunajte  $\Delta(G_n)$  in  $\delta(G_n)$ .

7. Dokažite, da je zaporedje  $1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n-1, n-1, n, n$  zaporedje stopenj vozlišč grafa za vsako naravno število  $n$ .
8. Narišite komplemente grafov  $C_5$  in  $K_4$  ter jih tudi poimenujte.
9. Na Sliki 1 je prikazan graf  $G$ . Narišite komplement tega grafa.



Slika 1: Graf  $G$  iz naloge 9

10. Na Sliki 2 je narisana graf  $G$ .



Slika 2: Graf  $G$  iz naloge 10

- (a) Narišite primer podgrafa  $H$  grafa  $G$ , za katerega je  $V(H) = \{a, b, e, f\}$ .
- (b) Narišite primer podgrafa  $I$  grafa  $G$ , ki je induciran z vozlišči iz množice  $\{a, b, e, f\}$ .
- (c) Narišite primer vpetega podgrafa  $J$  grafa  $G$ .
- (d) Ali je graf  $H$ , za katerega je  $V(H) = \{b, c, d, e\}$  in  $E(H) = \{bc, cd, ce, de\}$ , inducirani podgraf grafa  $G$ ?